

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

**9 MAJA 2019**

**Godzina rozpoczęcia:  
9:00**

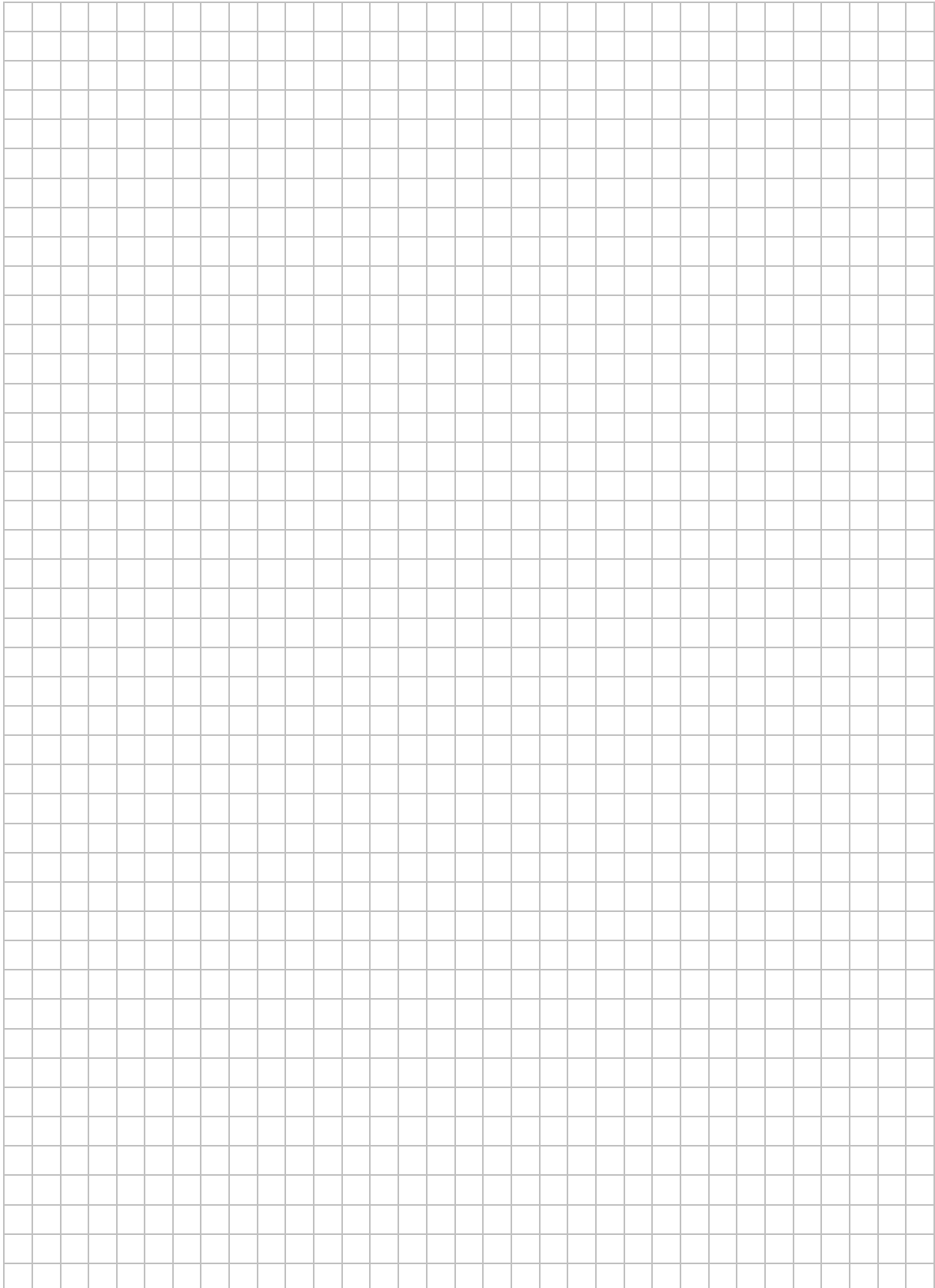
**Czas pracy:  
180 minut**

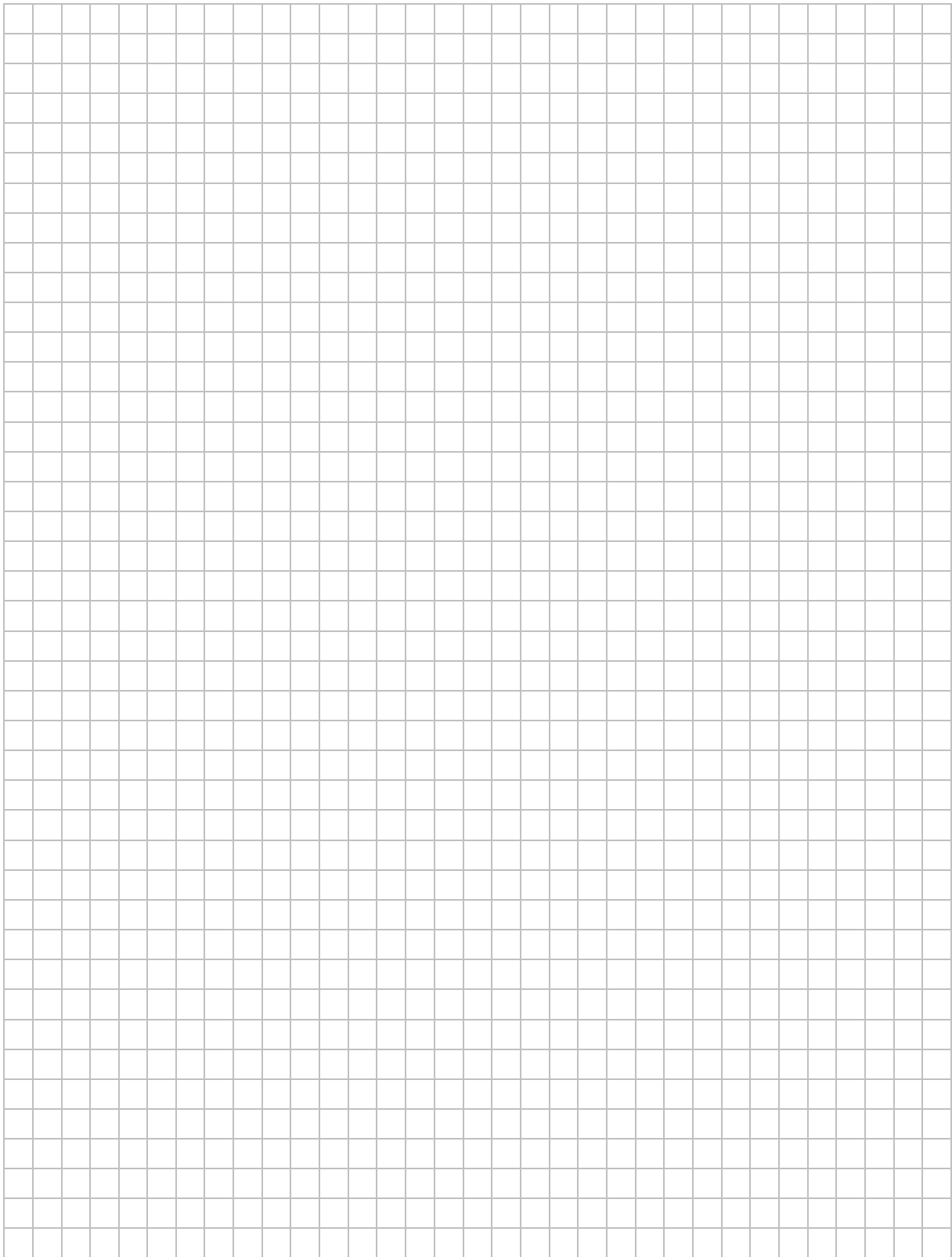
**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**

MMA-R1\_1P-192

**Zadanie 1. (5 pkt)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2} - x + 3|x-1|$ , dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq -2$ . Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



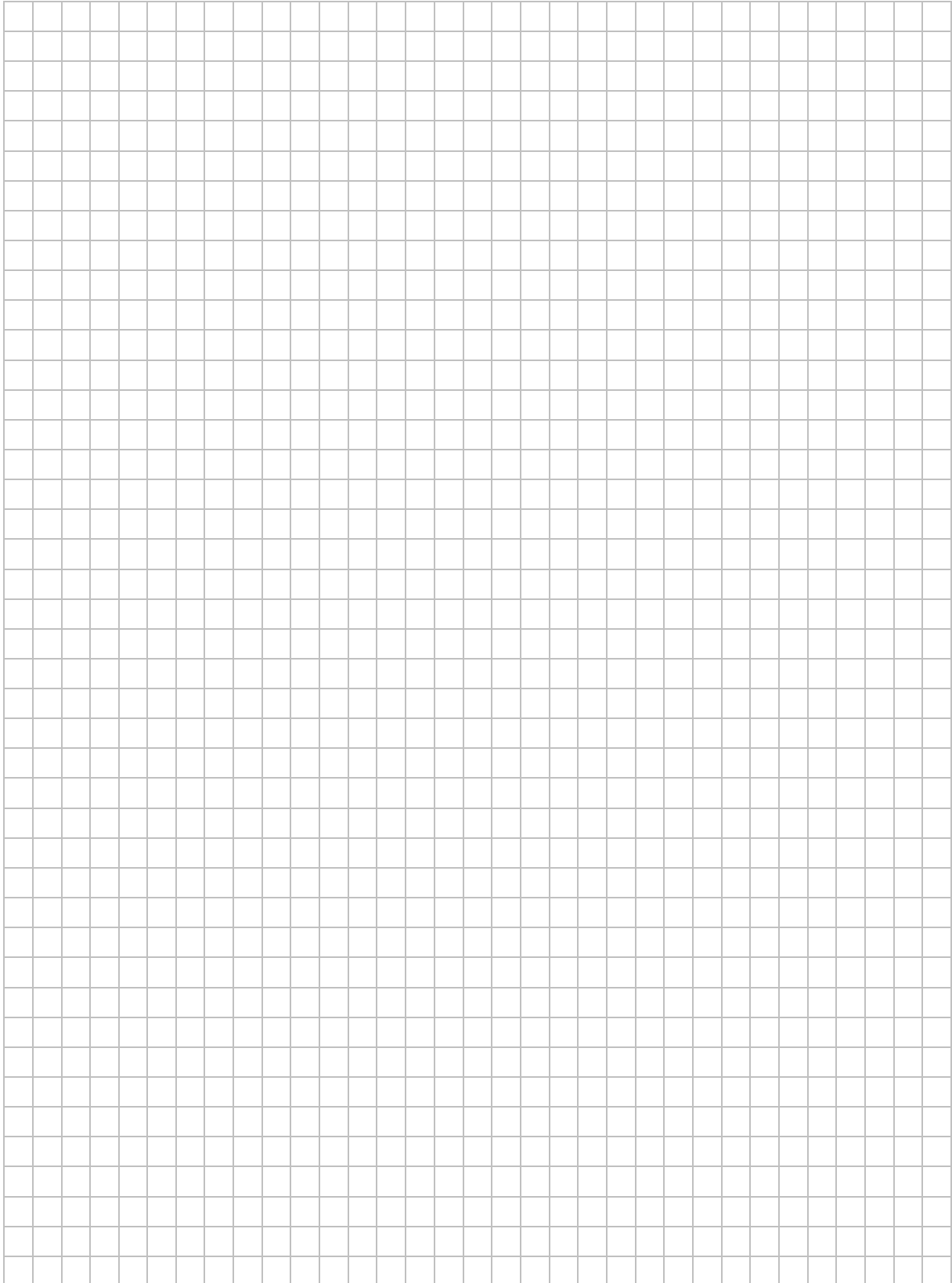


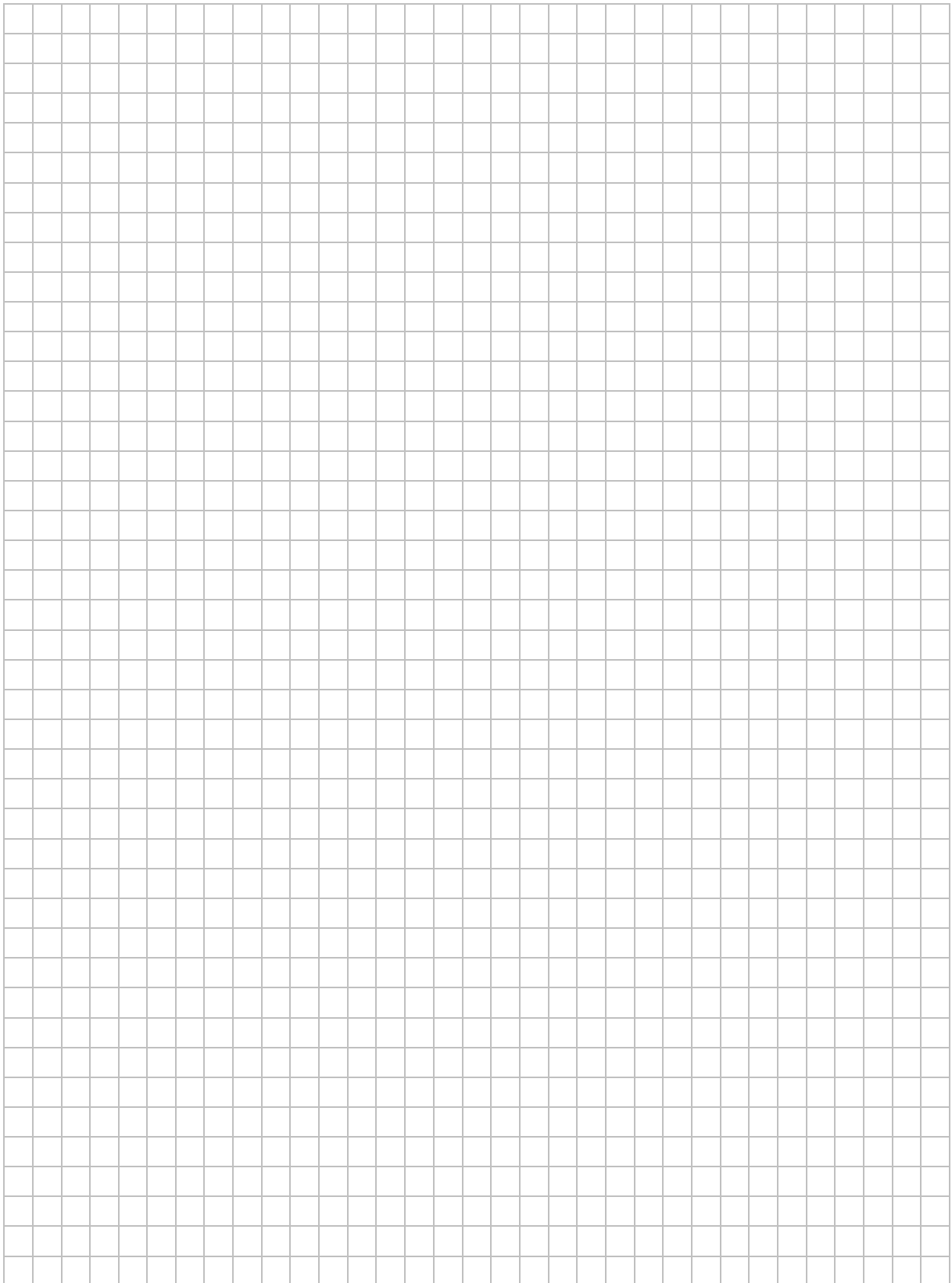
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>1.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 2. (3 pkt)**

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ , takich że  $x < y$ , i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej  $a$  prawdziwa jest nierówność  $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$ .

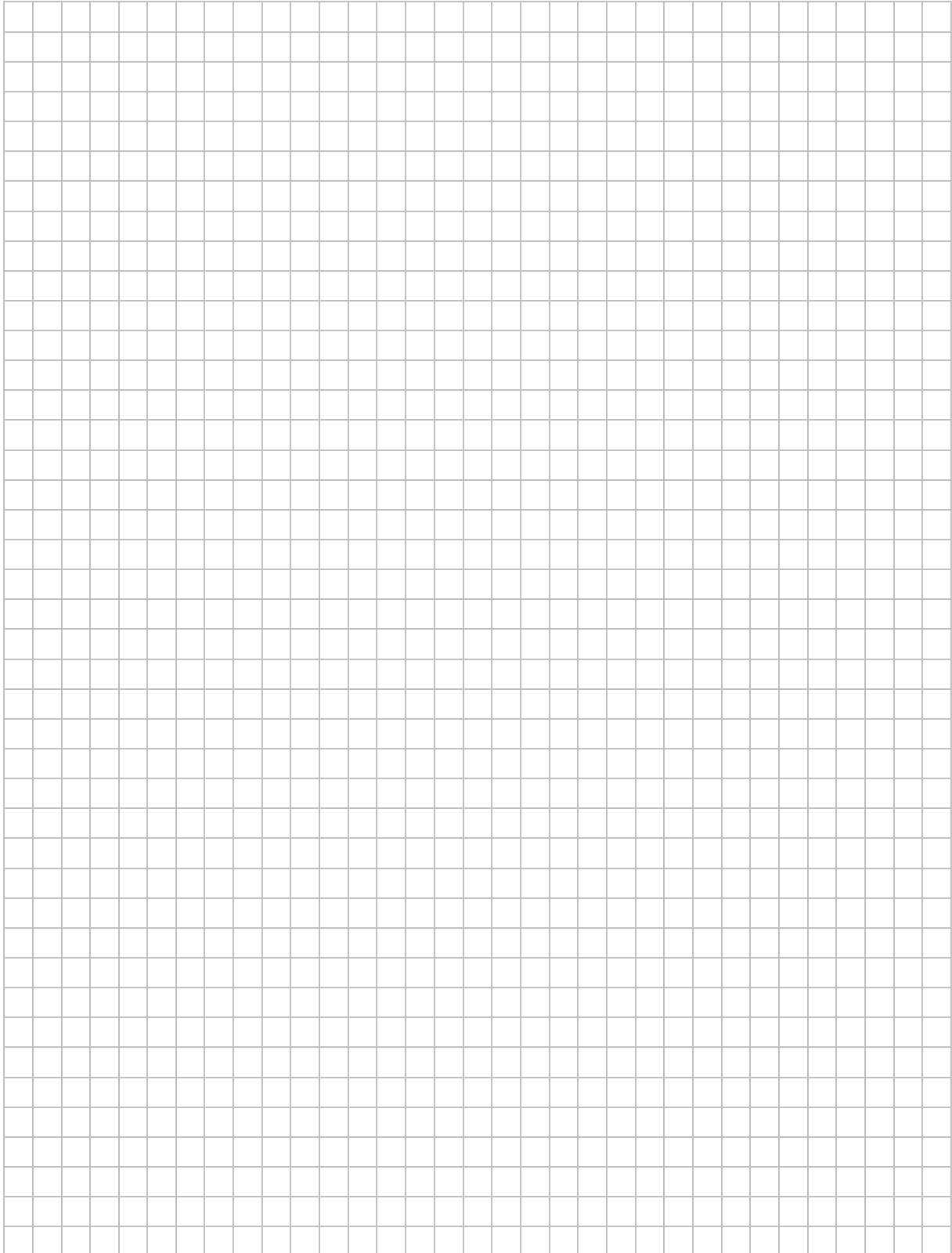


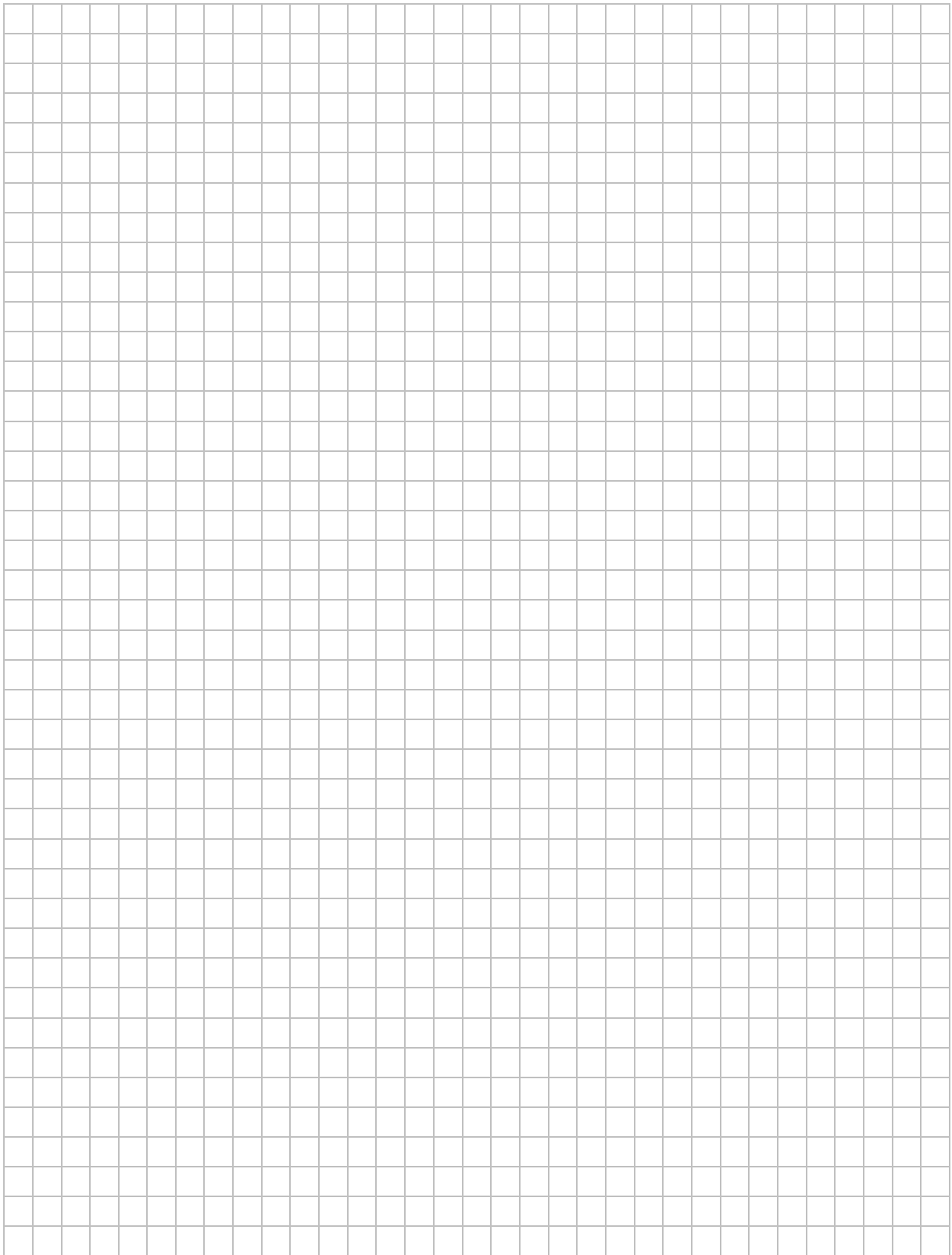


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>2.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 3. (3 pkt)**

Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Na ramieniu  $AC$  tego trójkąta wybrano punkt  $M$  ( $M \neq A$  i  $M \neq C$ ), a na ramieniu  $BC$  wybrano punkt  $N$ , w taki sposób, że  $|AM| = |CN|$ . Przez punkty  $M$  i  $N$  poprowadzono proste prostopadłe do podstawy  $AB$  tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty  $S$  i  $T$ . Udowodnij, że  $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$ .

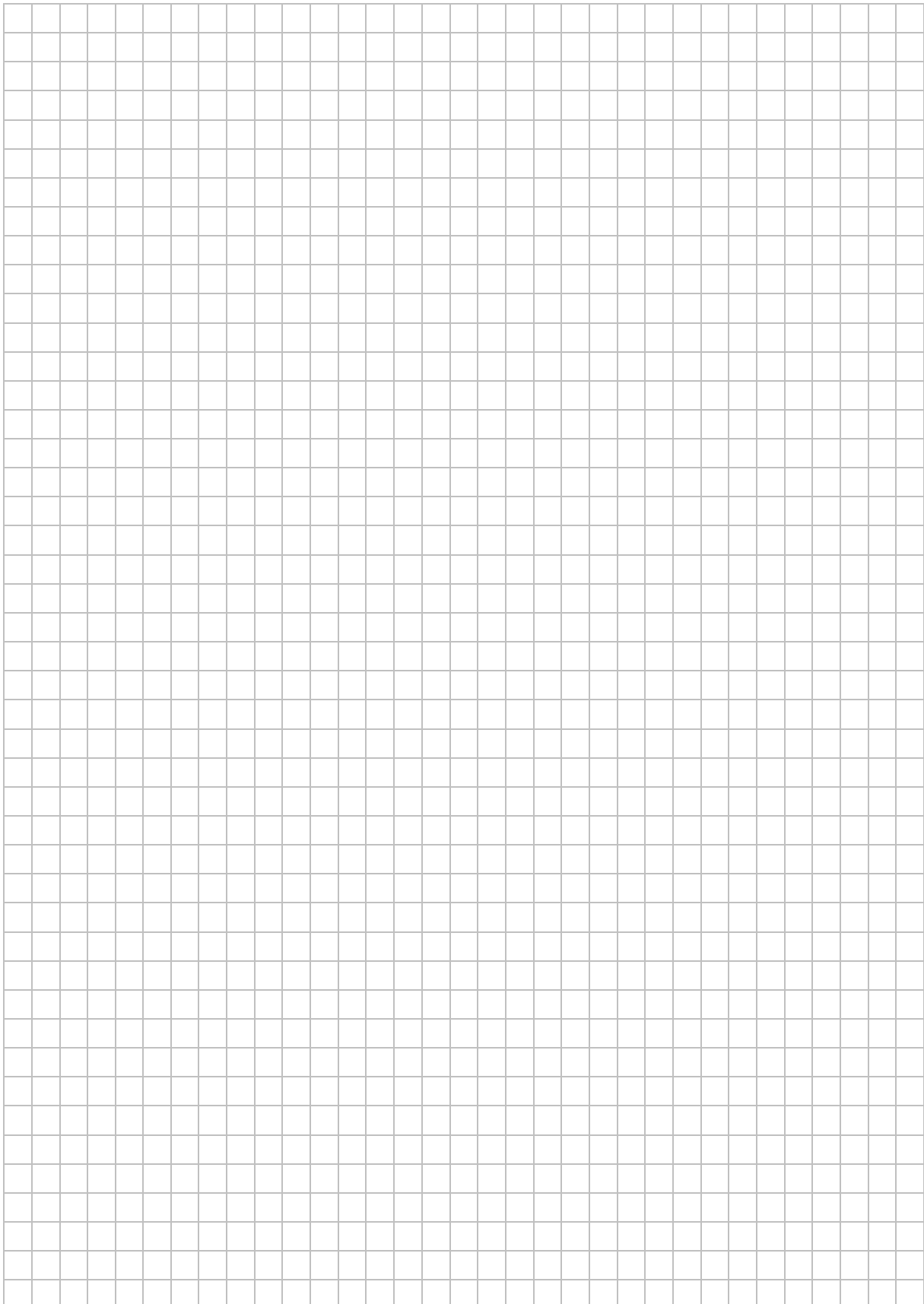


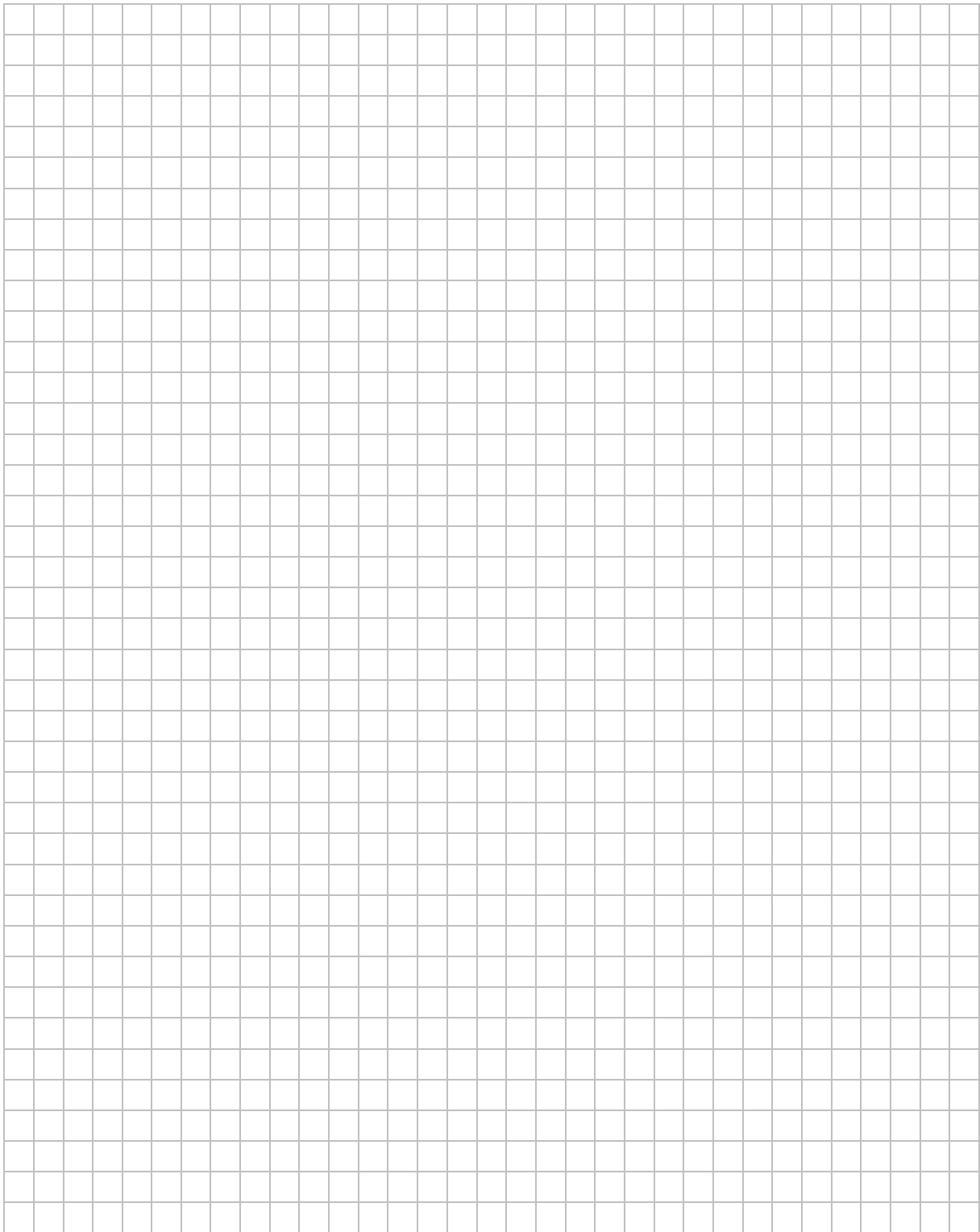


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 4. (5 pkt)**

Ciąg  $(a, b, c)$  jest geometryczny, ciąg  $(a + 1, b + 5, c)$  jest malejącym ciągiem arytmetycznym oraz  $a + b + c = 39$ . Oblicz  $a, b, c$ .



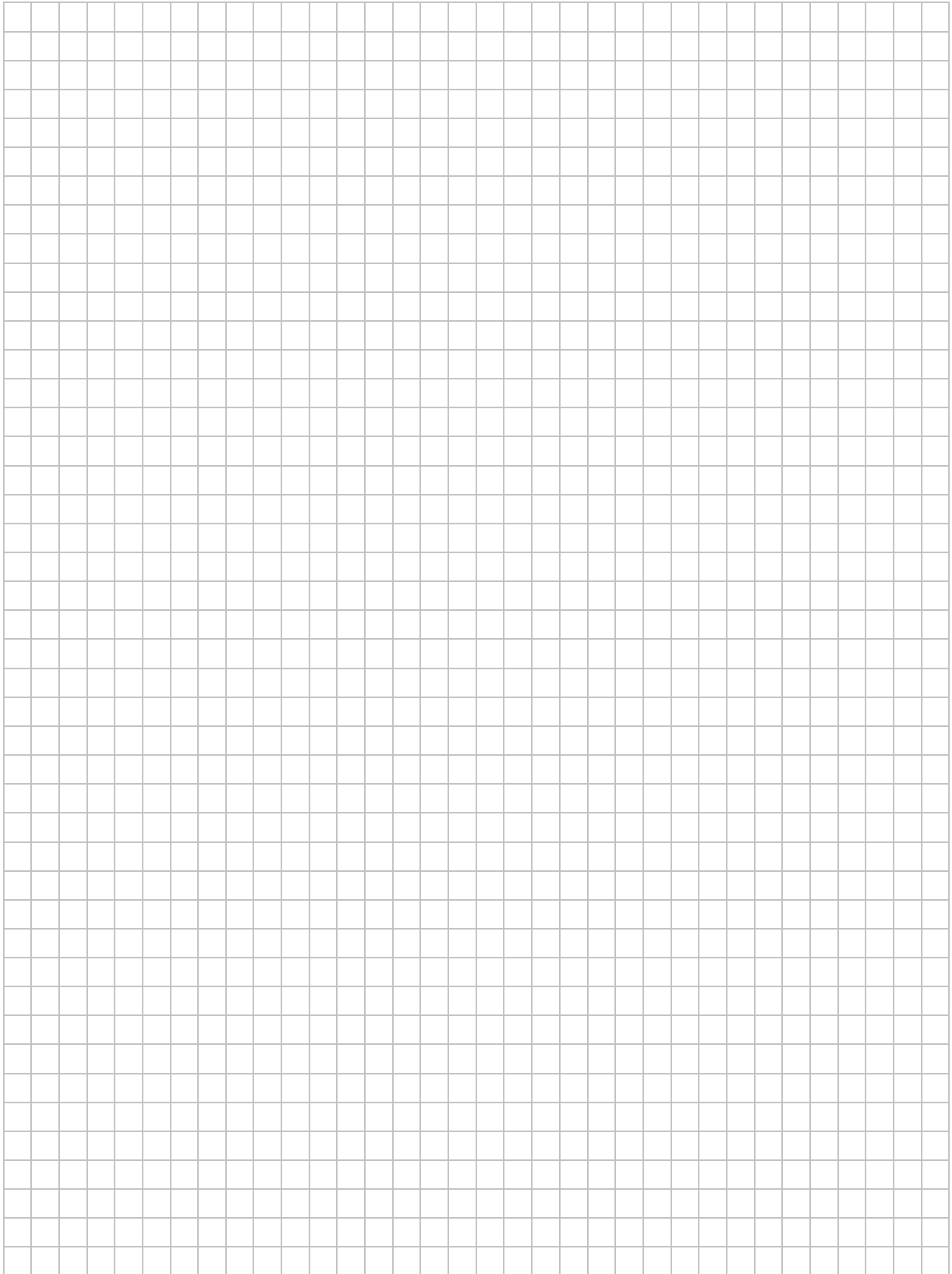


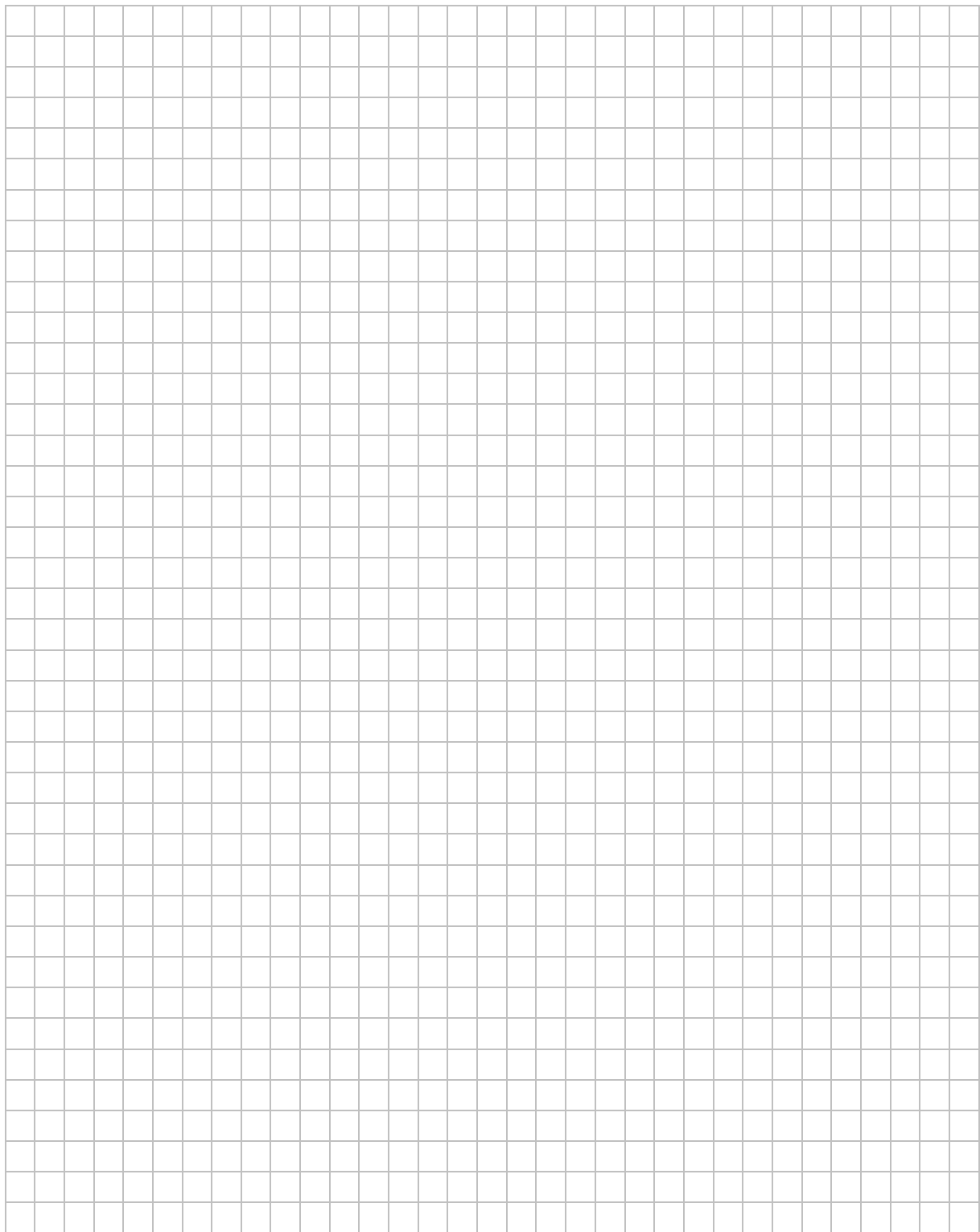
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 5. (6 pkt)**

Dane są okręgi o równaniach  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = 0$  i  $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 - 77 = 0$ .  
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.



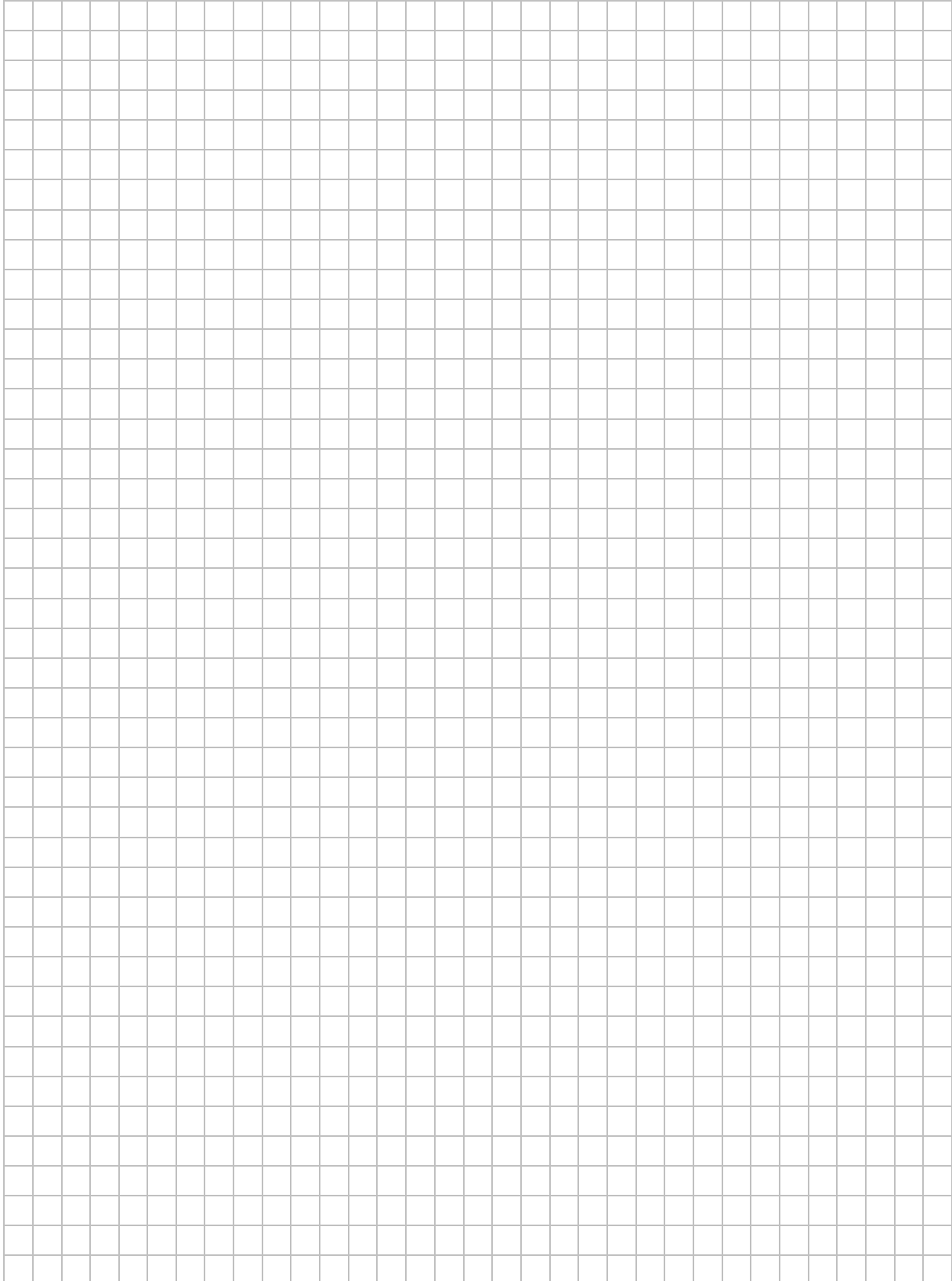


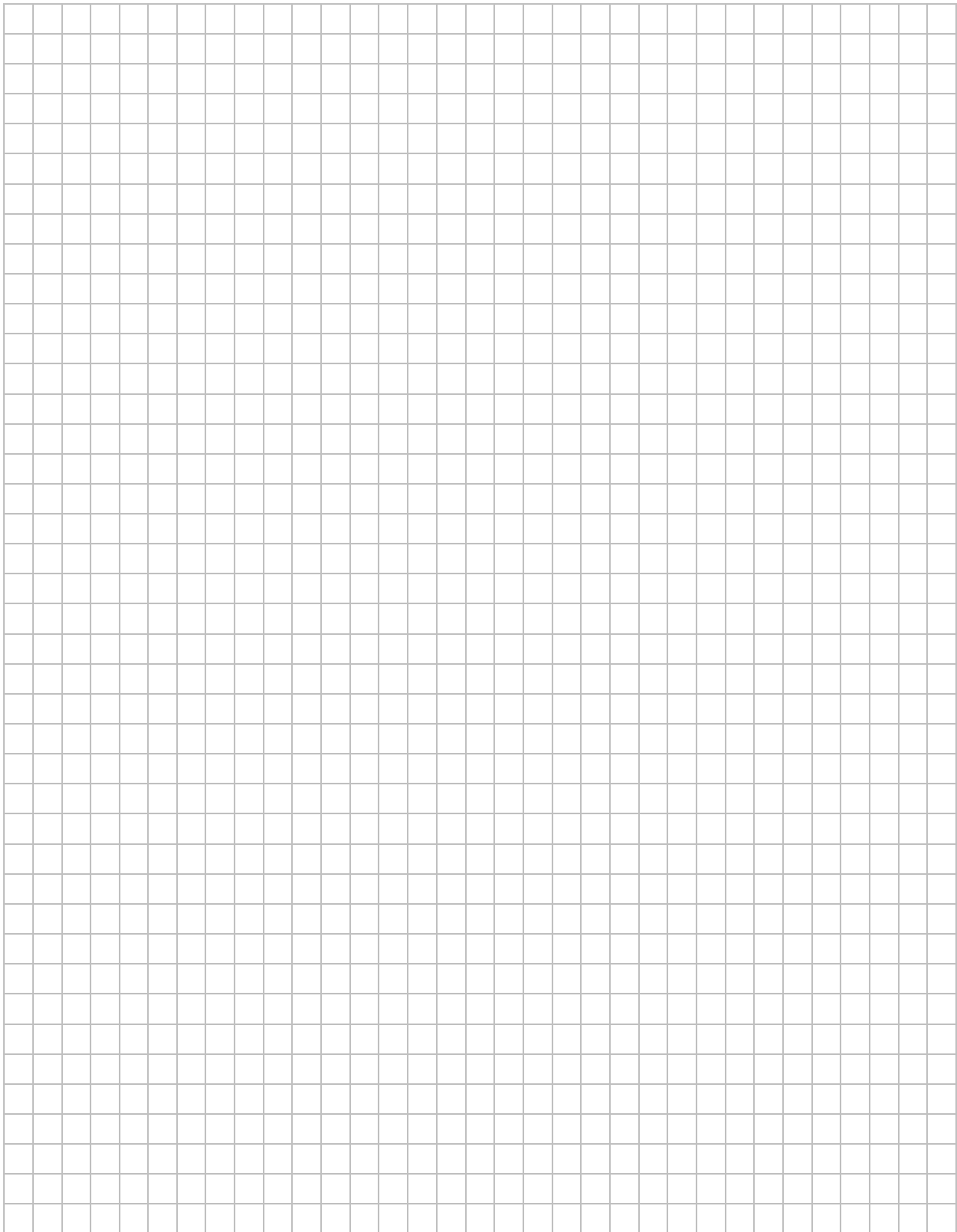
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 6. (5 pkt)**

Wielomian określony wzorem  $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$  jest podzielny przez dwumian  $(x - 2)$  oraz przy dzieleniu przez dwumian  $(x + 1)$  daje resztę 6. Oblicz  $m$  oraz pierwiastki wielomianu  $W$  dla wyznaczonej wartości  $m$ .



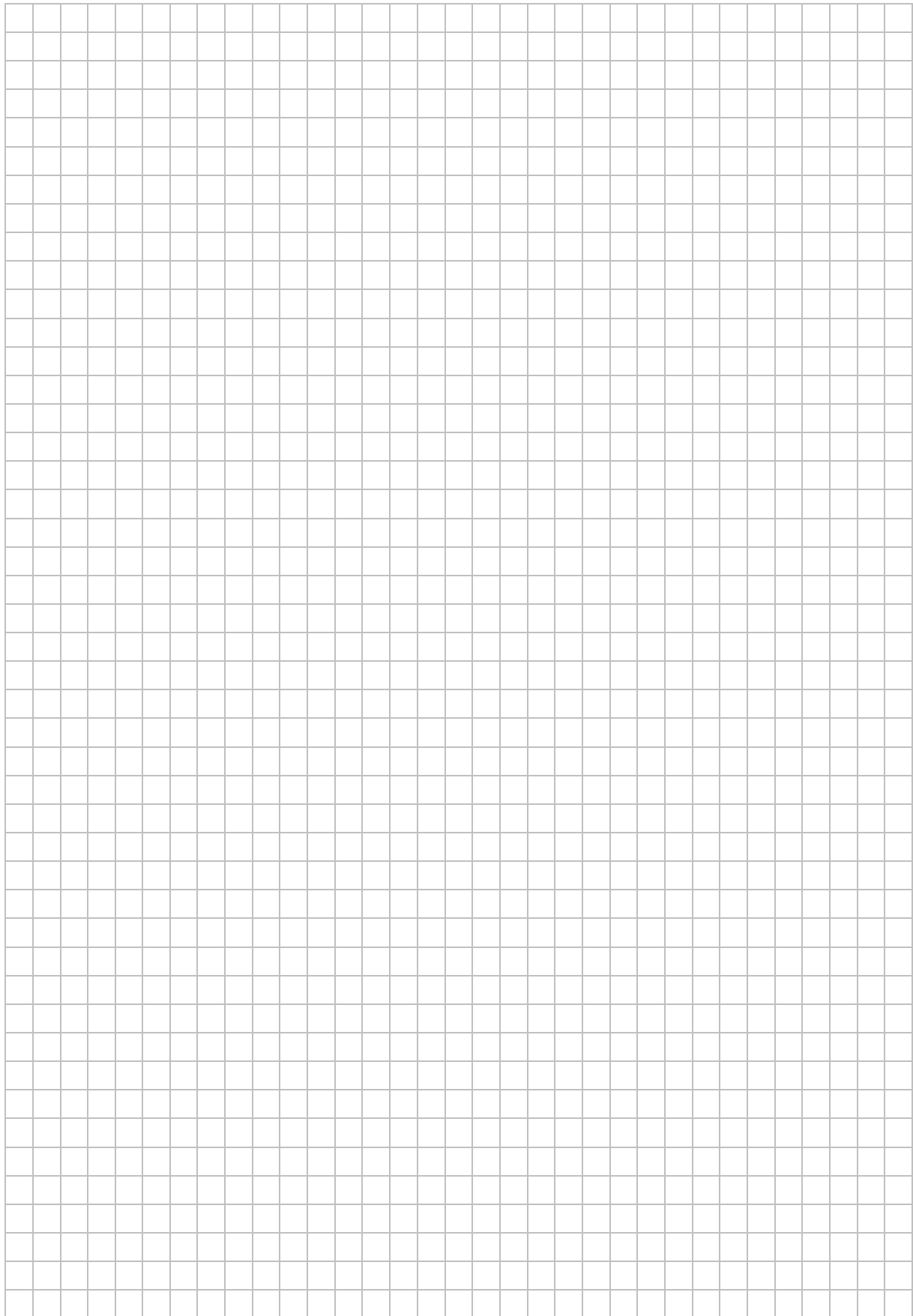


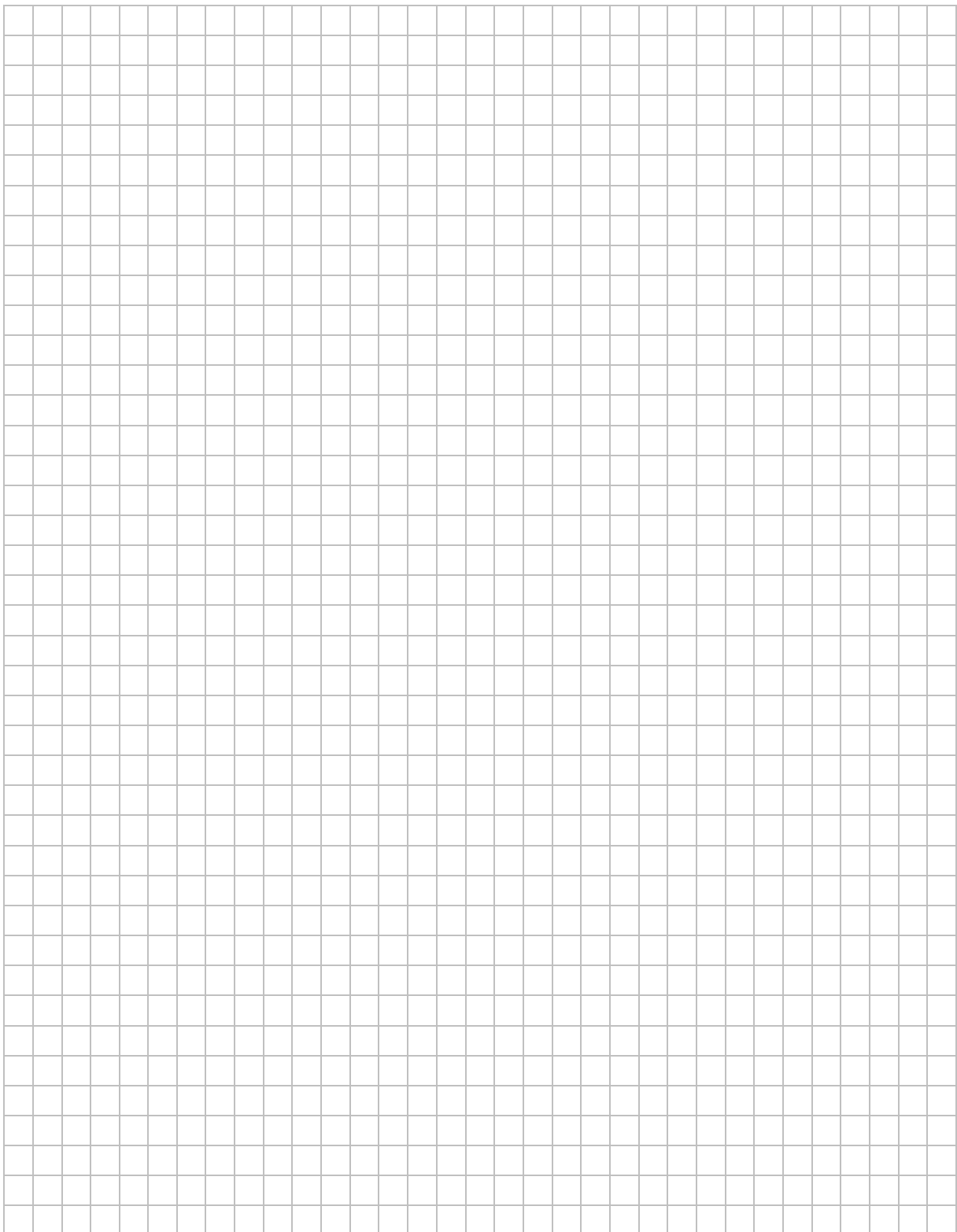
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 7. (4 pkt)**

Rozwiąż równanie  $\cos 2x = \sin x + 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .



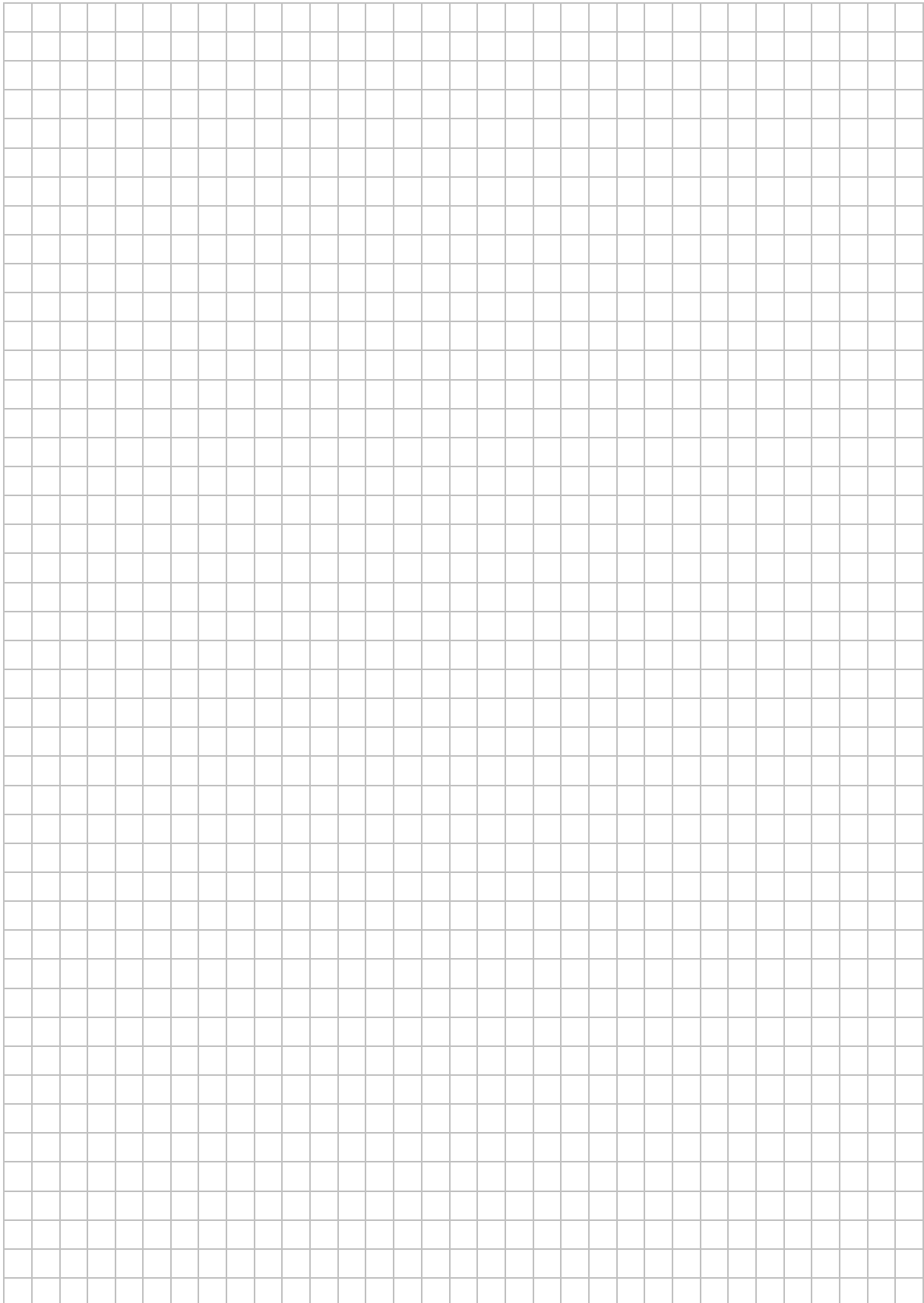


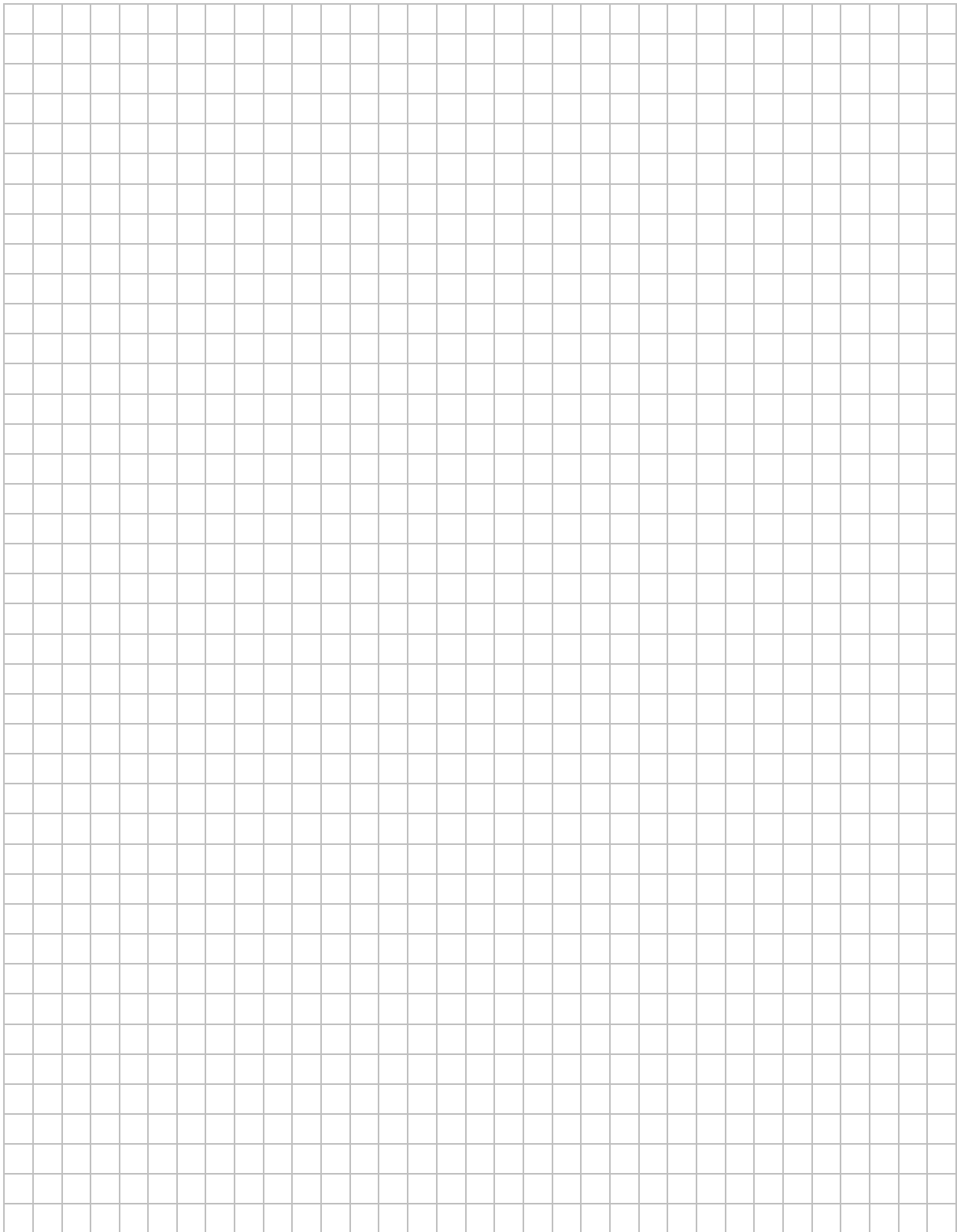
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 8. (4 pkt)**

Punkt  $D$  leży na boku  $AB$  trójkąta  $ABC$  oraz  $|AC|=16$ ,  $|AD|=6$ ,  $|CD|=14$  i  $|BC|=|BD|$ .  
Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .





Odpowiedź: .....

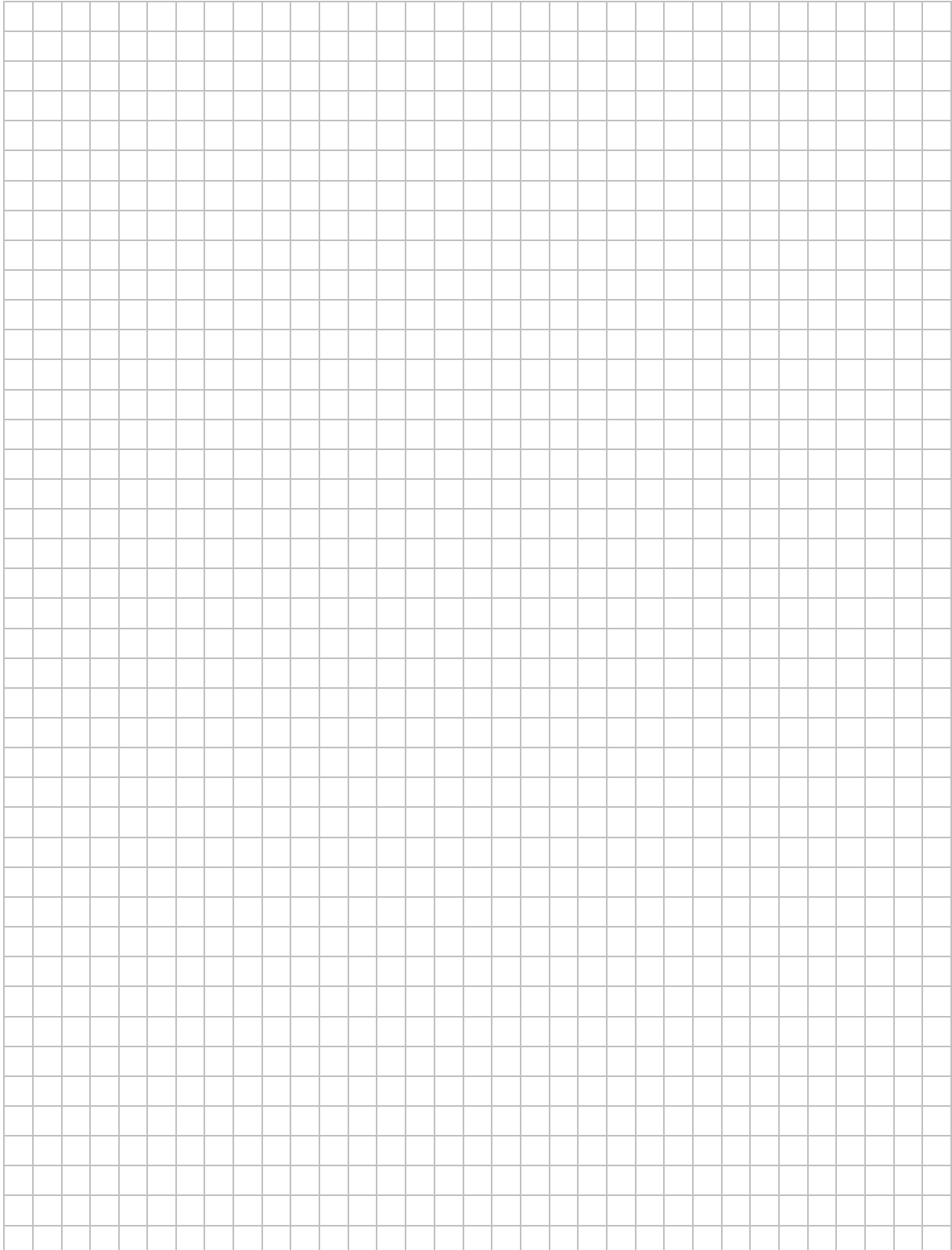
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

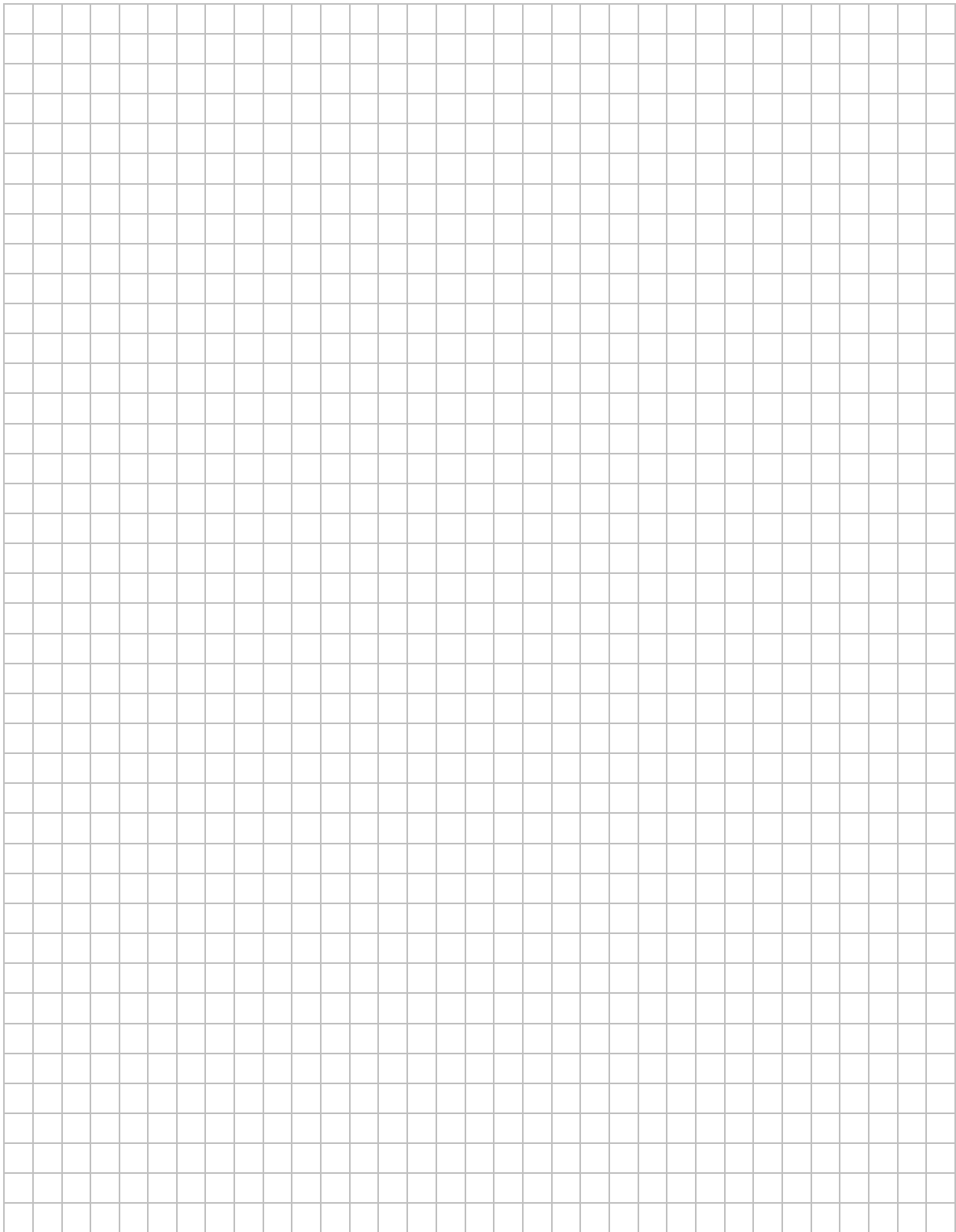
**Zadanie 9. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem

$$f(x) = (2m+1)x^2 + (m+2)x + m - 3$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$  spełniające warunek  $(x_1 - x_2)^2 + 5x_1x_2 \geq 1$ .



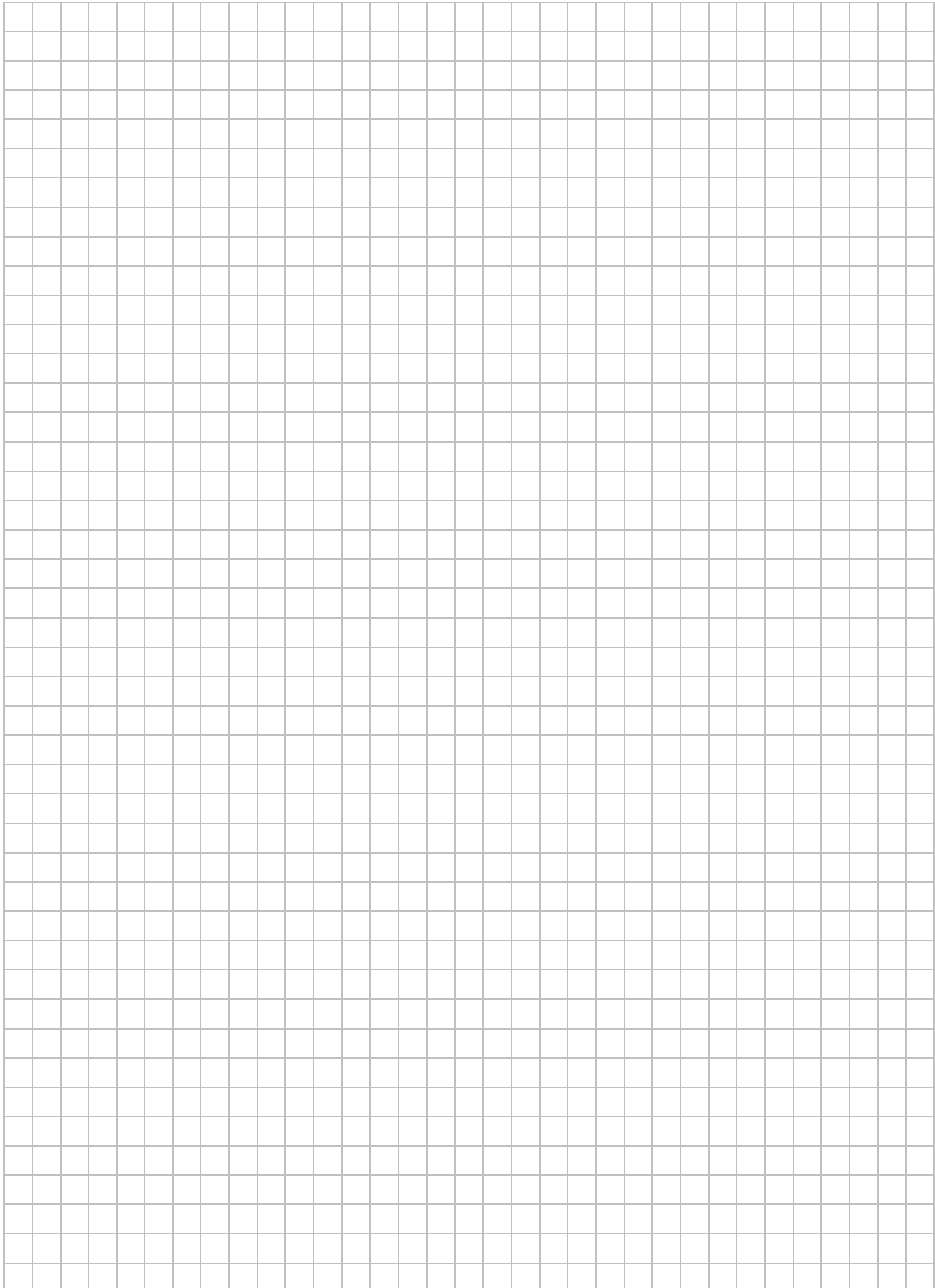


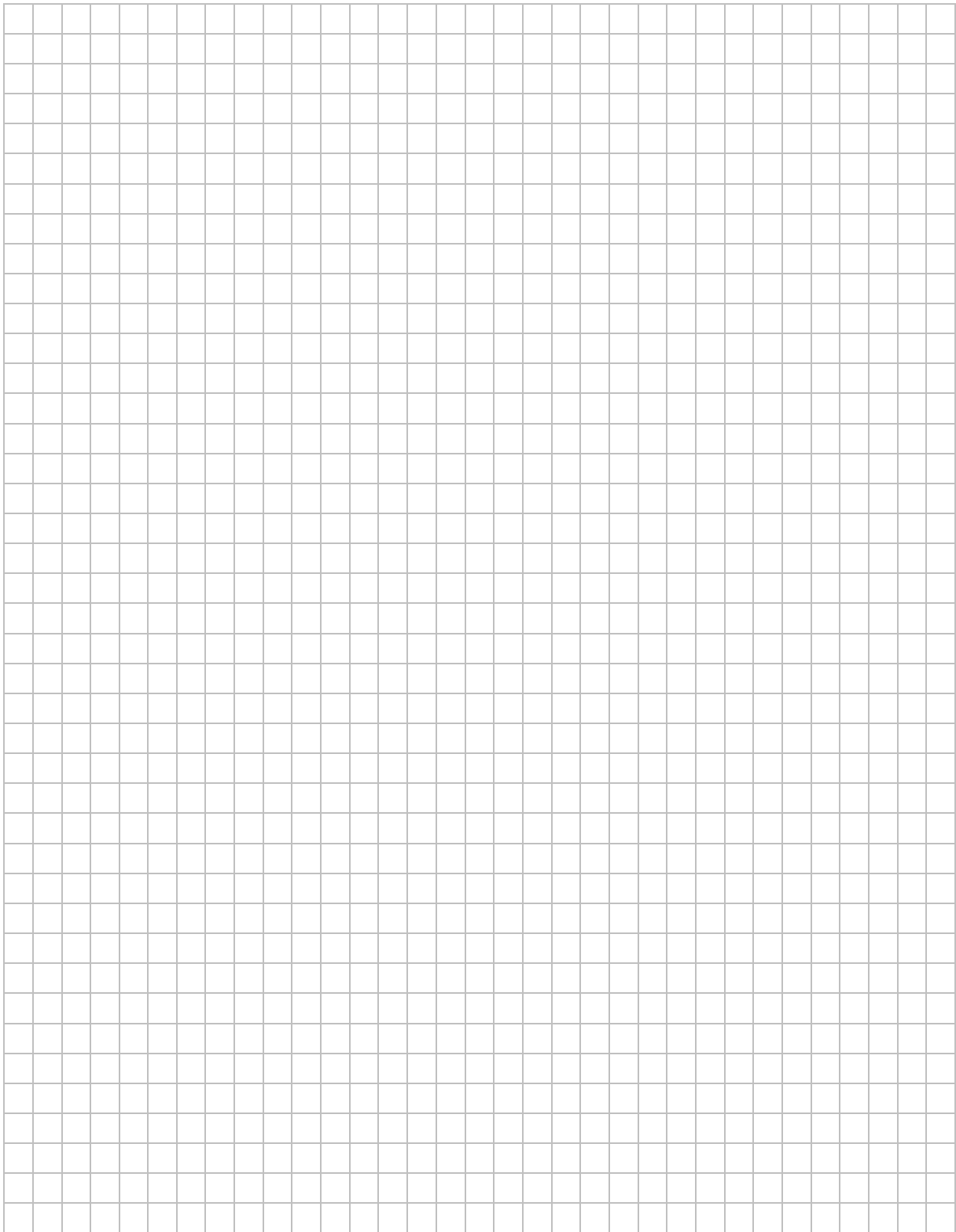
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 10. (3 pkt)**

Ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  losujemy kolejno ze zwracaniem trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie spośród trzech wylosowanych liczb będą równe. Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.



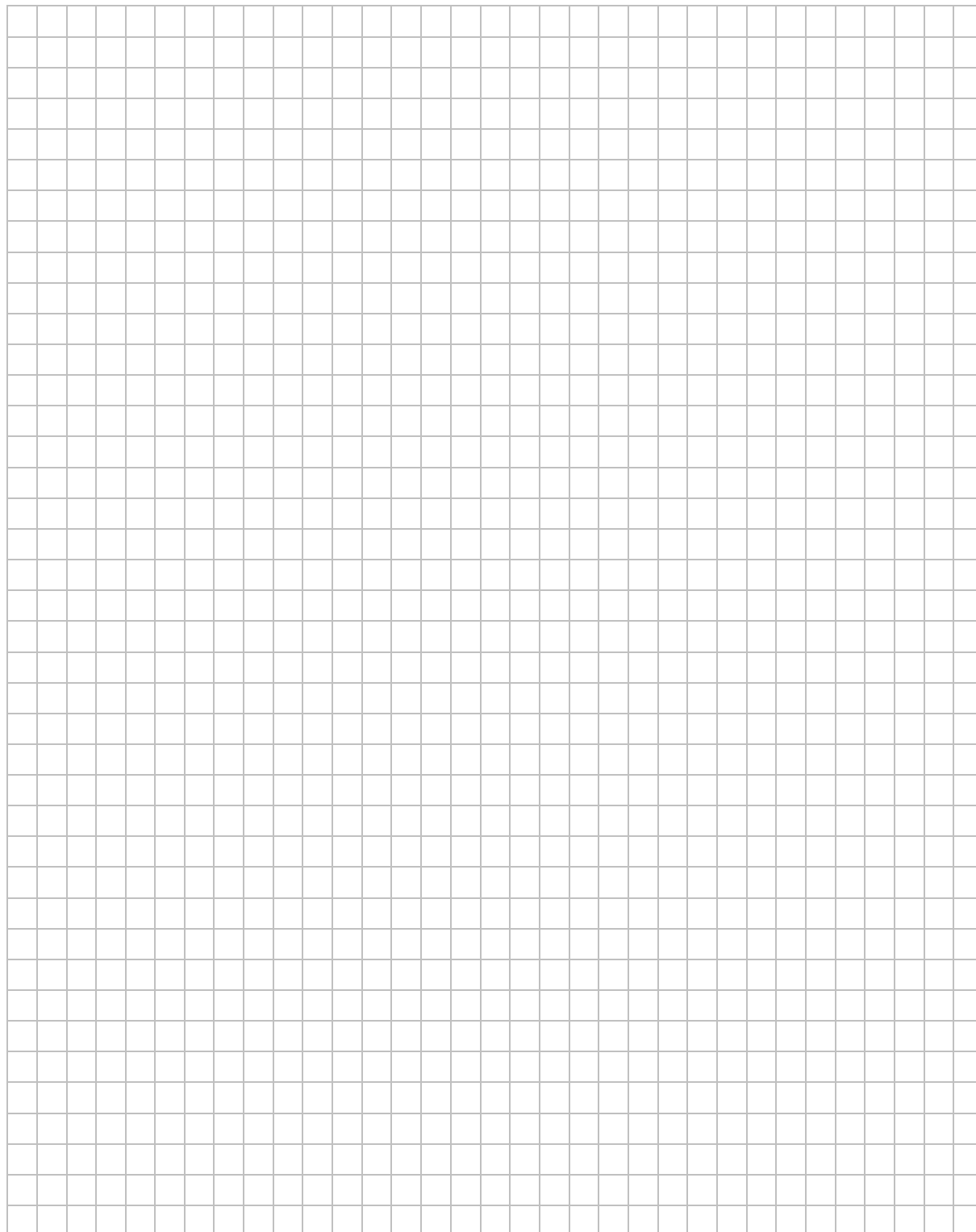


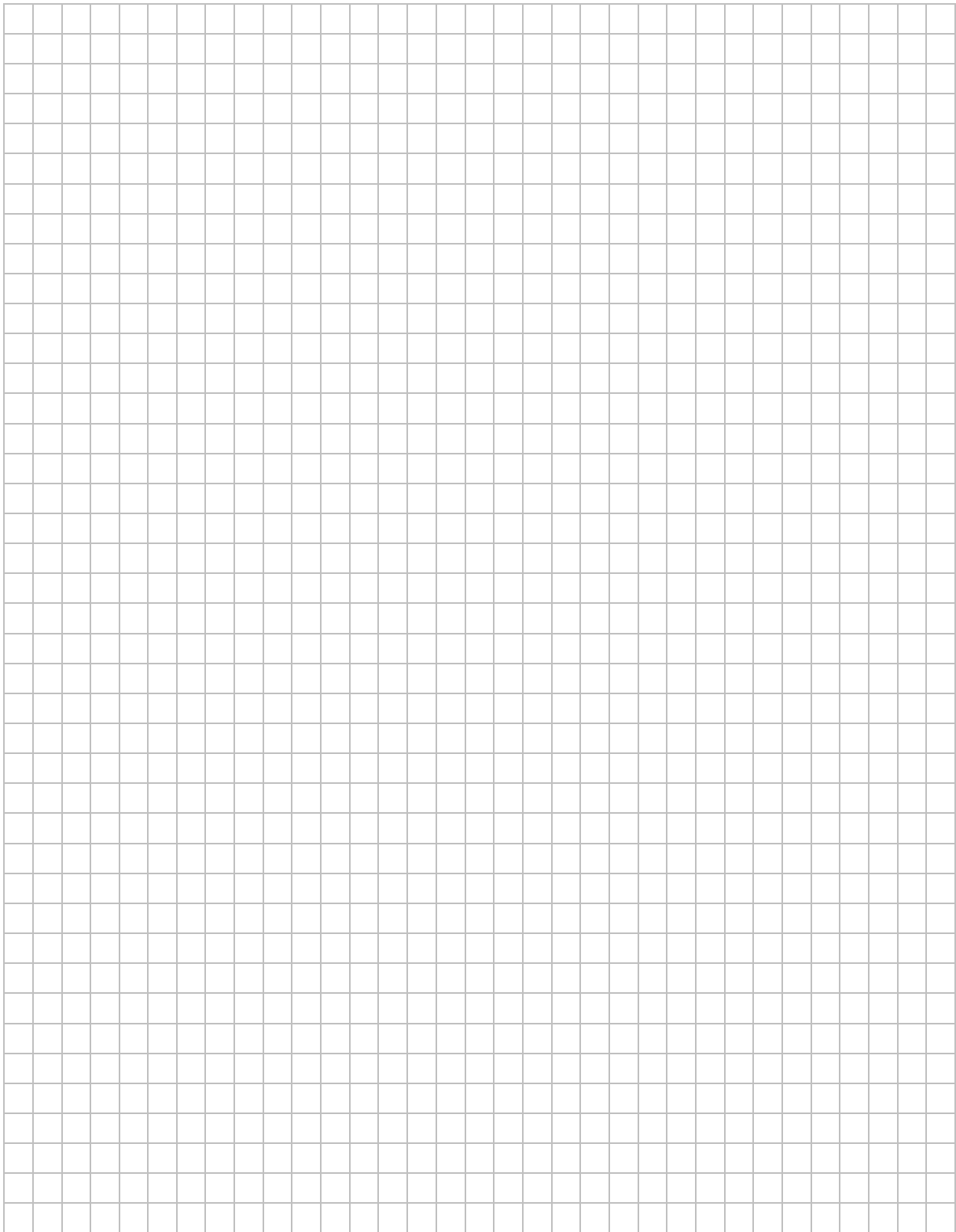
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 11. (6 pkt)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest prostokąt  $ABCD$ , którego boki mają długości  $|AB|=32$  i  $|BC|=18$ . Ściany boczne  $ABS$  i  $CDS$  są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem  $\alpha$ . Ściany boczne  $BCS$  i  $ADS$  są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\beta$ . Miary kątów  $\alpha$  i  $\beta$  spełniają warunek:  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**