

**Miejsce  
na naklejkę**

**MMA-R1 1P-091**

**PRÓBNY EGZAMIN  
MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

**STYCZEŃ  
ROK 2009**

**Czas pracy 180 minut**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

***Życzymy powodzenia!***

**Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**PESEL ZDAJĄCEGO**

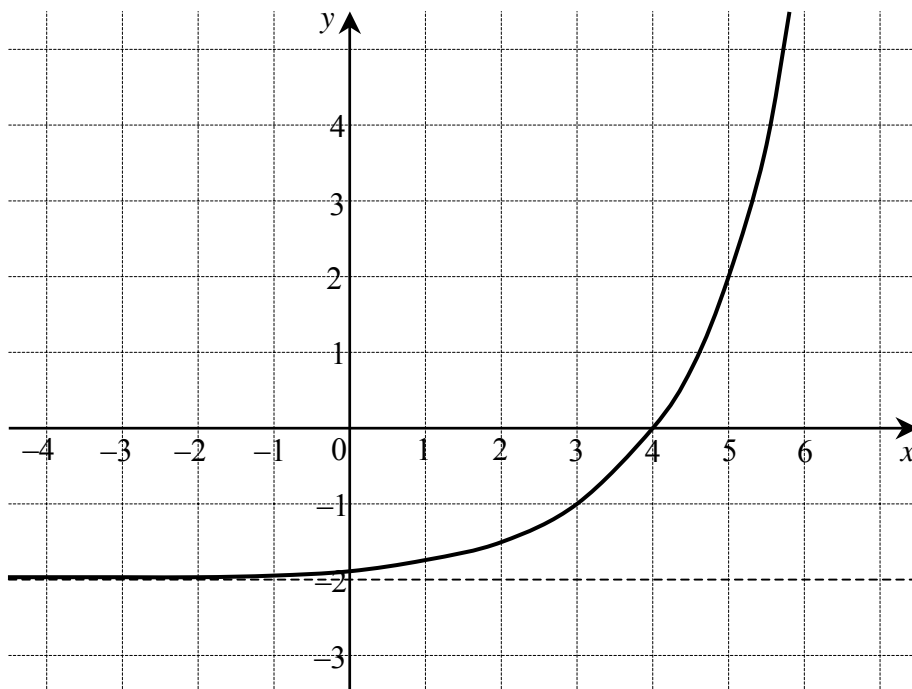
|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

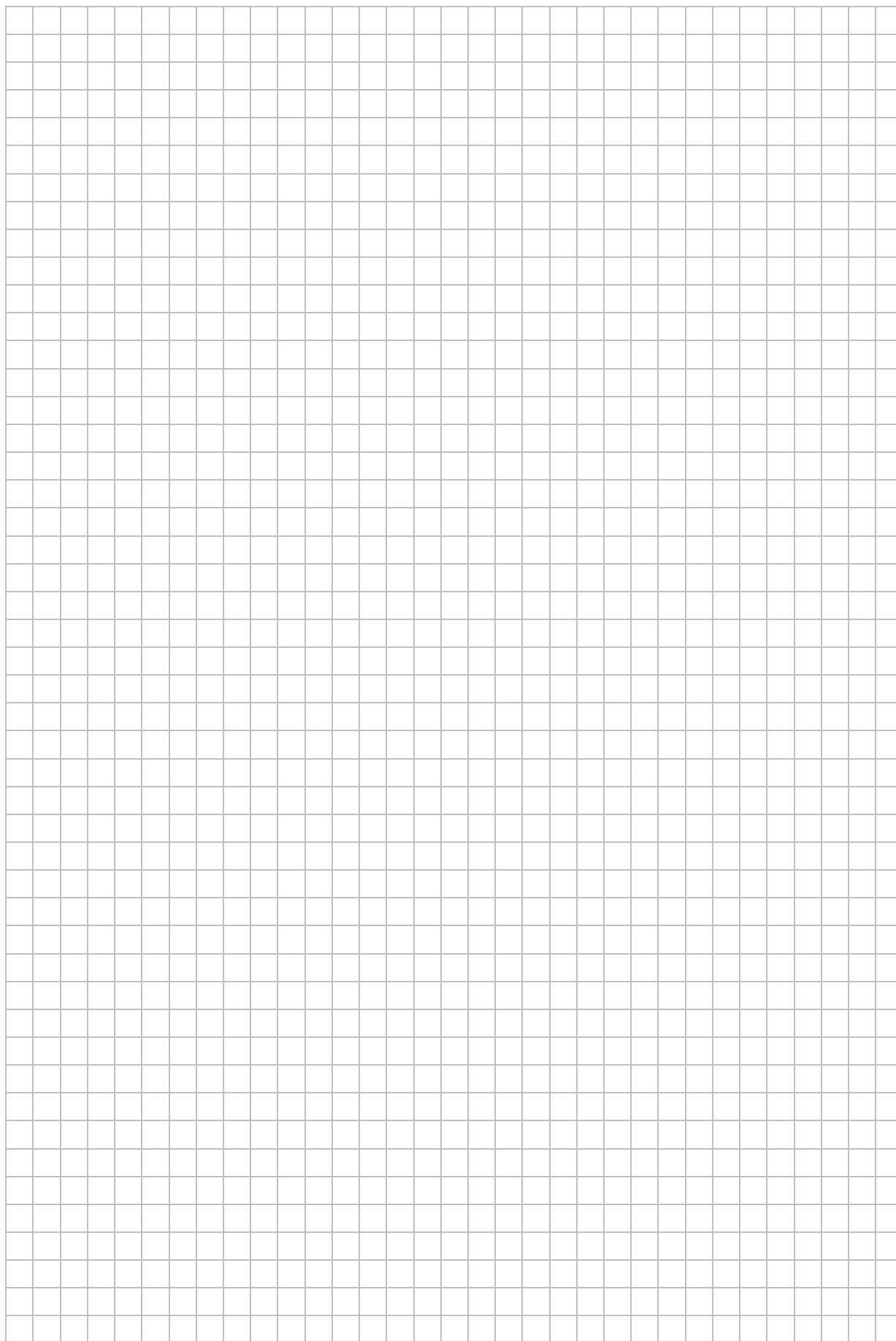
**KOD  
ZDAJĄCEGO**

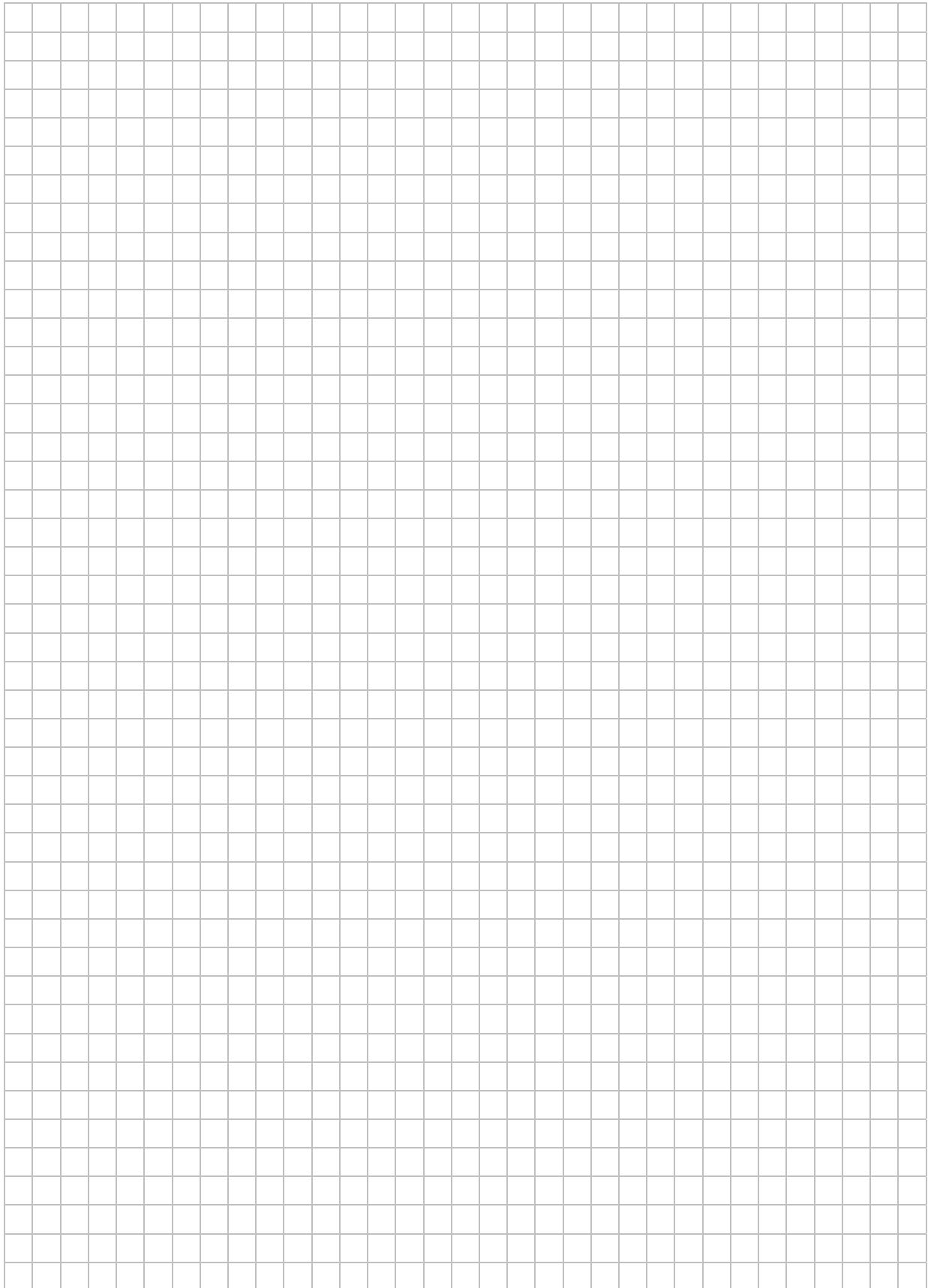
**Zadanie 1. (3 pkt)**

Na rysunku narysowano fragment wykresu funkcji  $f(x) = 2^{x-3} - b$  określonej dla  $x \in \mathbb{R}$ .

- Podaj wartość  $b$ .
- Naszkiuj wykres funkcji  $g(x) = |f(x)|$ .
- Podaj wszystkie wartości parametru  $p$ , dla których równanie  $g(x) = p$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

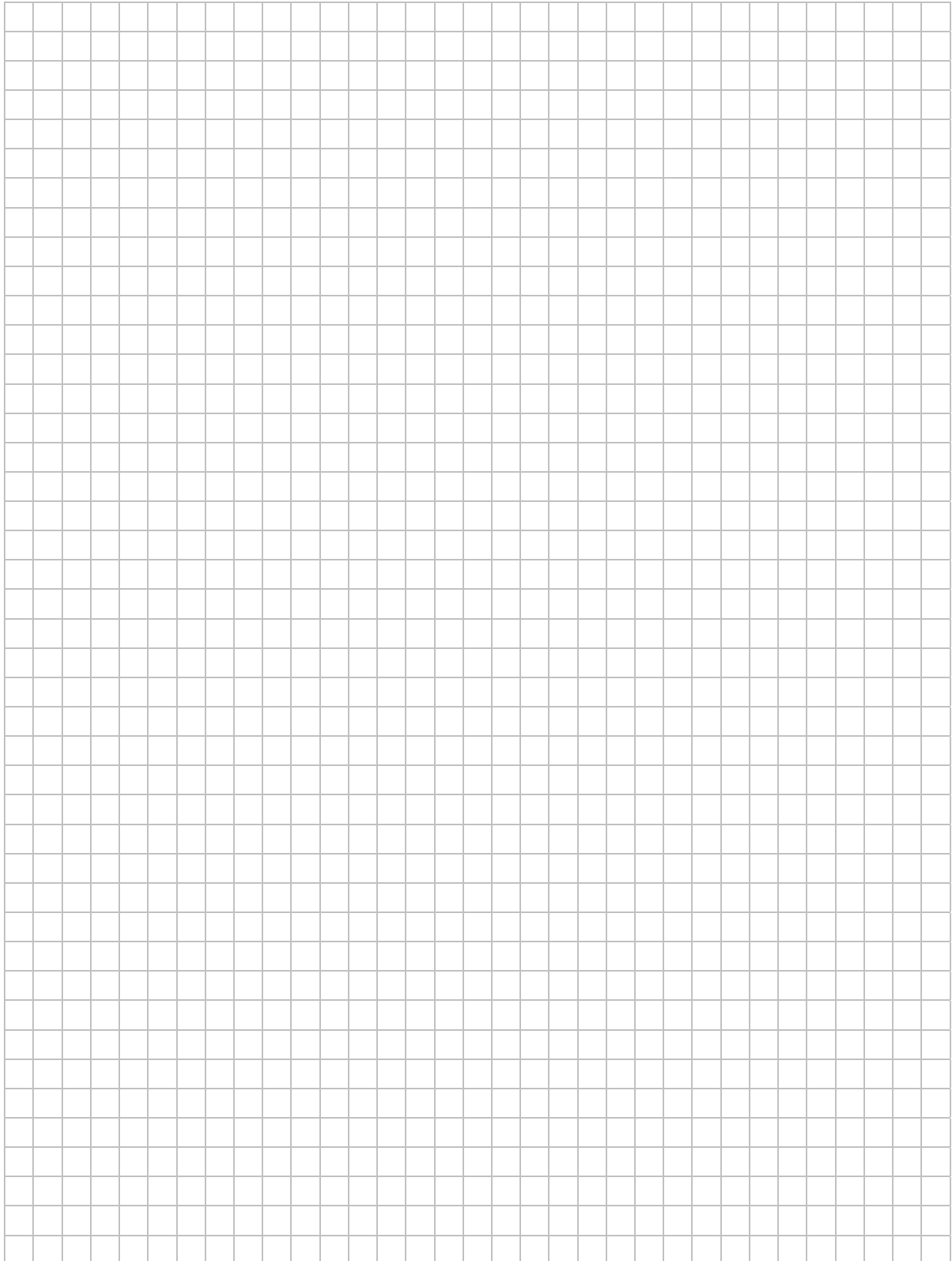




**Zadanie 2. (4 pkt)**Rozwiąż nierówność  $|x + 3| + |3x + 9| < |x + 5|$ .

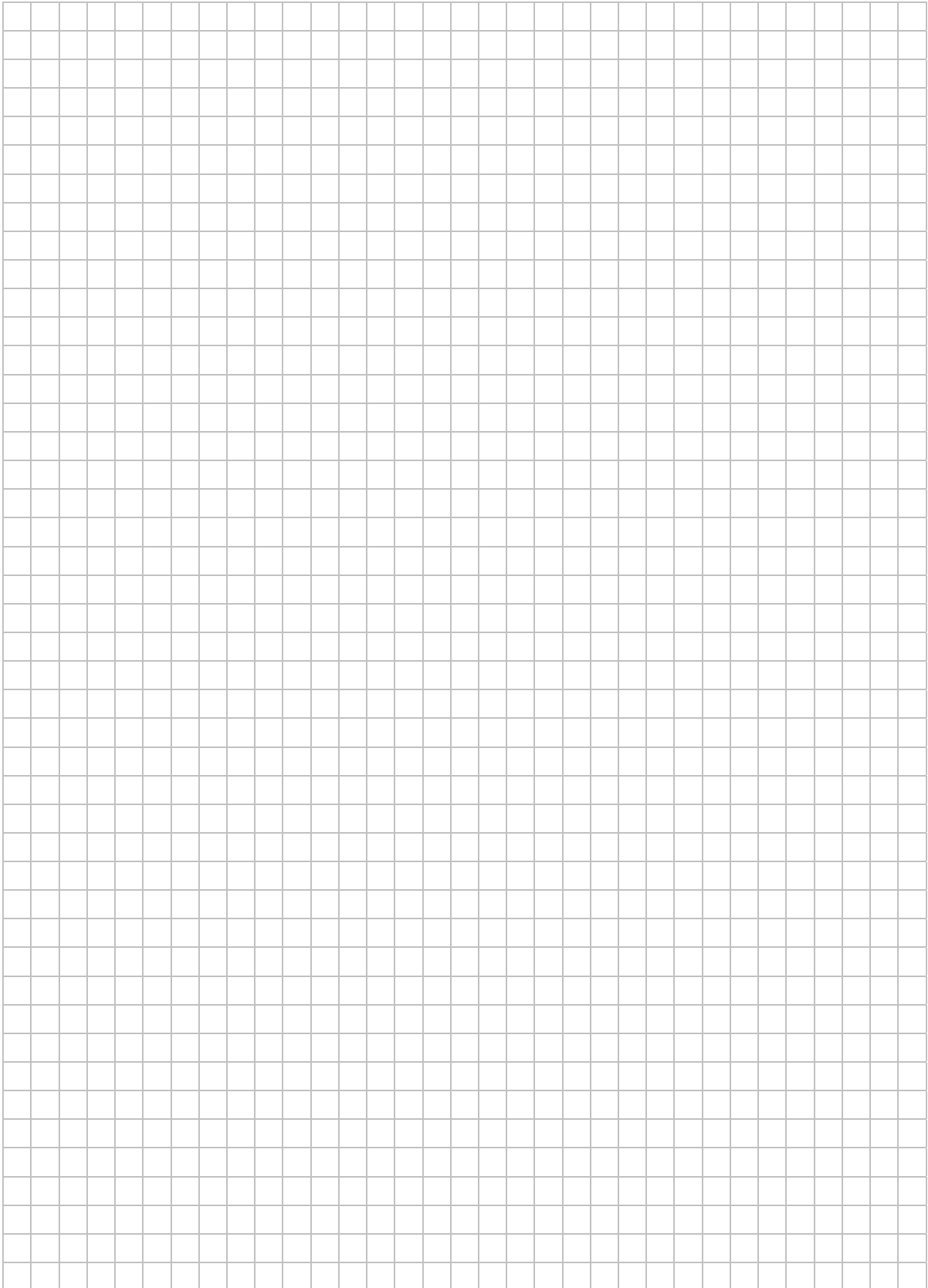
**Zadanie 3. (5 pkt)**

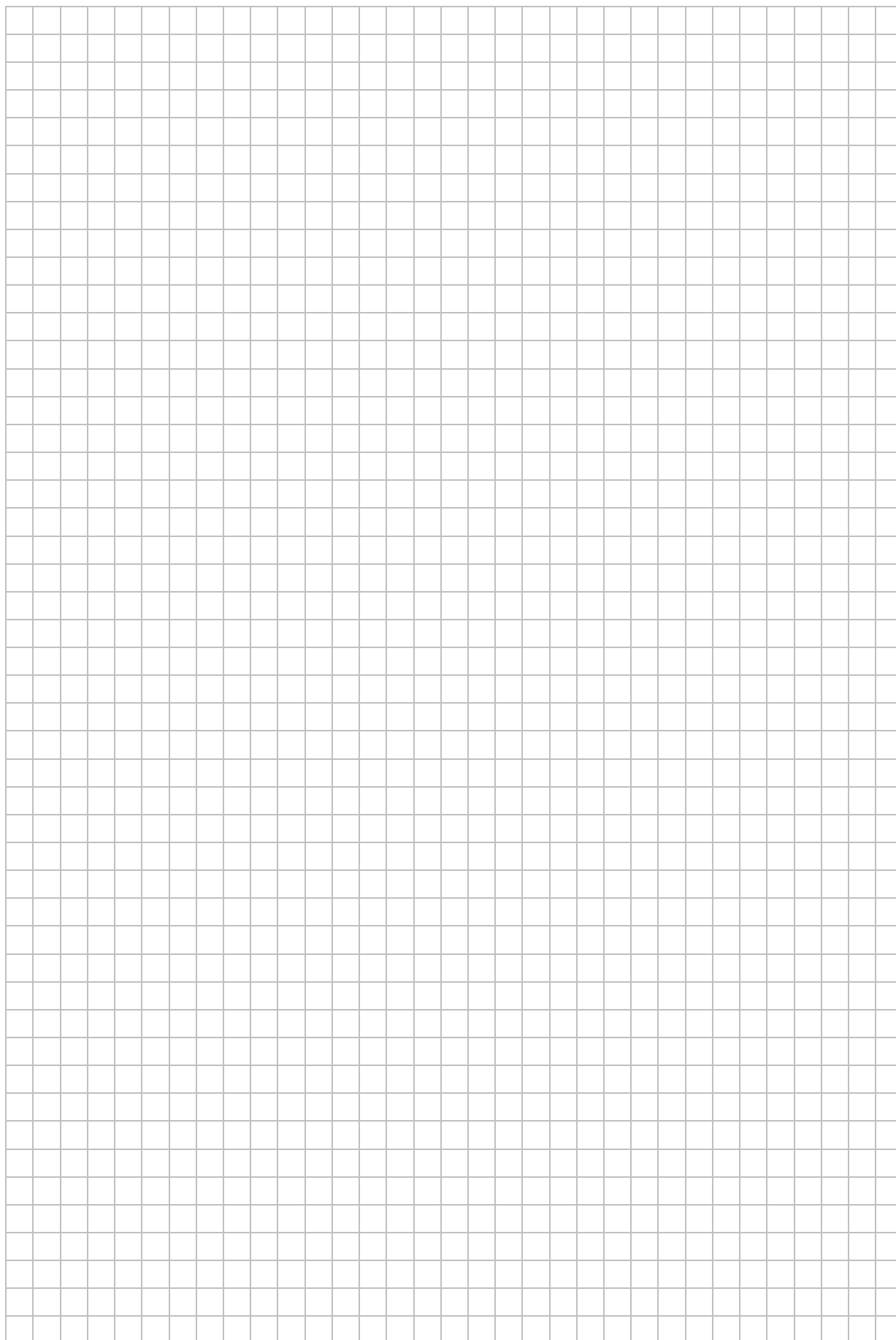
Jeden z końców odcinka leży na paraboli o równaniu  $y = x^2$ , a drugi na prostej o równaniu  $y = 2x - 6$ . Wykaż, że długość tego odcinka jest nie mniejsza od  $\sqrt{5}$ . Sporządź odpowiedni rysunek.



**Zadanie 4. (4 pkt)**

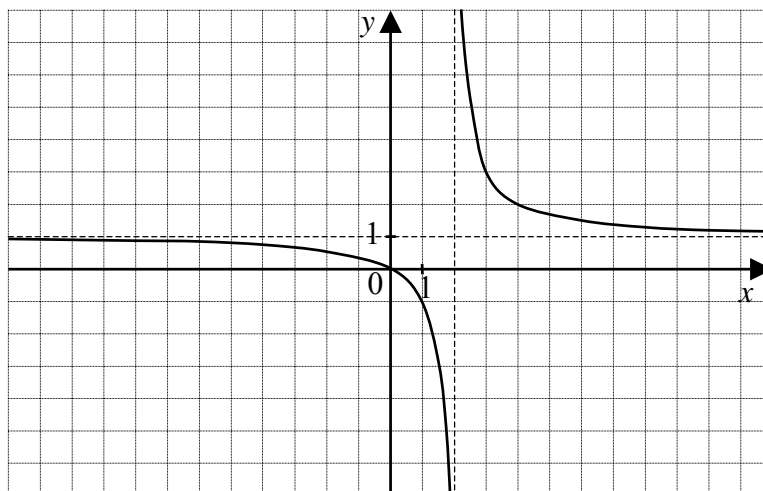
Oblicz prawdopodobieństwo  $P(A' \cap B')$ , jeśli  $P(A') = \frac{1}{3}$ ,  $P(B') = \frac{1}{4}$  i  $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ .





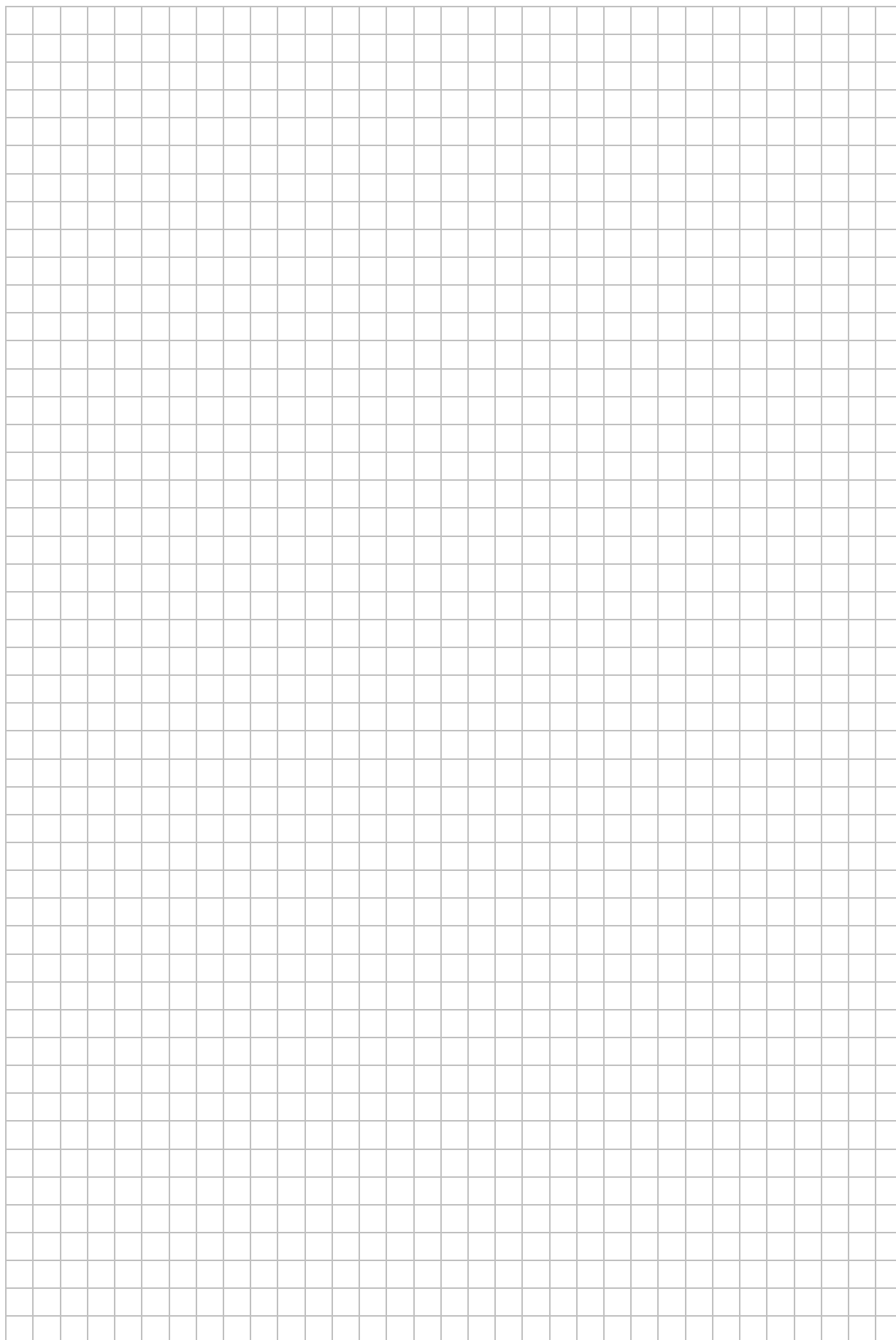
**Zadanie 5. (3 pkt)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji  $h$  otrzymanego przez przesunięcie o wektor  $[2, 1]$  wykresu funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{a}{x}$  dla  $x \in \mathbb{R}$  i  $x \neq 0$ .



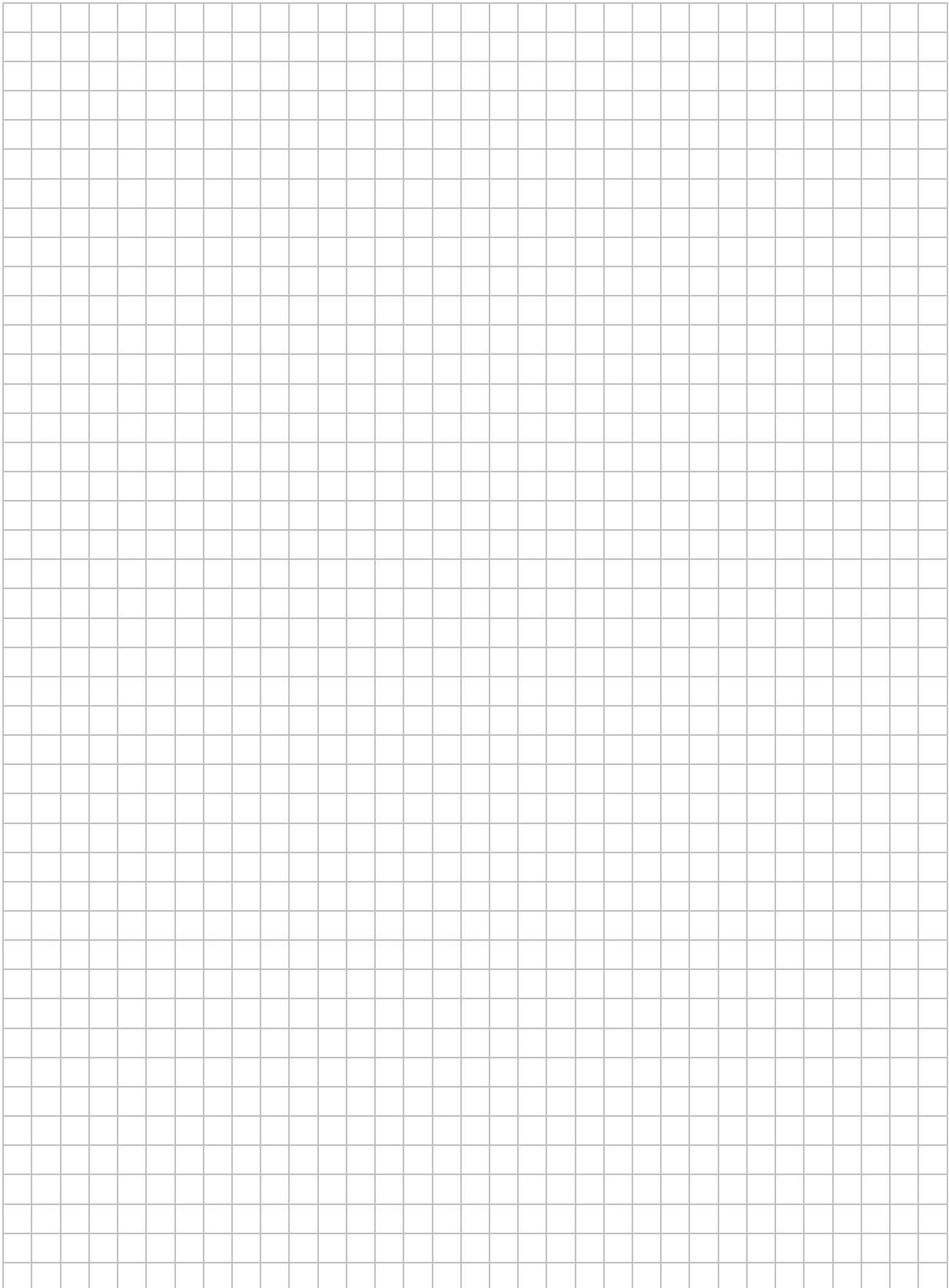
Wyznacz wzór funkcji  $h$ , a następnie sprawdź, czy punkt  $M = (\sqrt{3}, -2\sqrt{3} - 3)$  należy do jej wykresu.





**Zadanie 6. (4 pkt)**

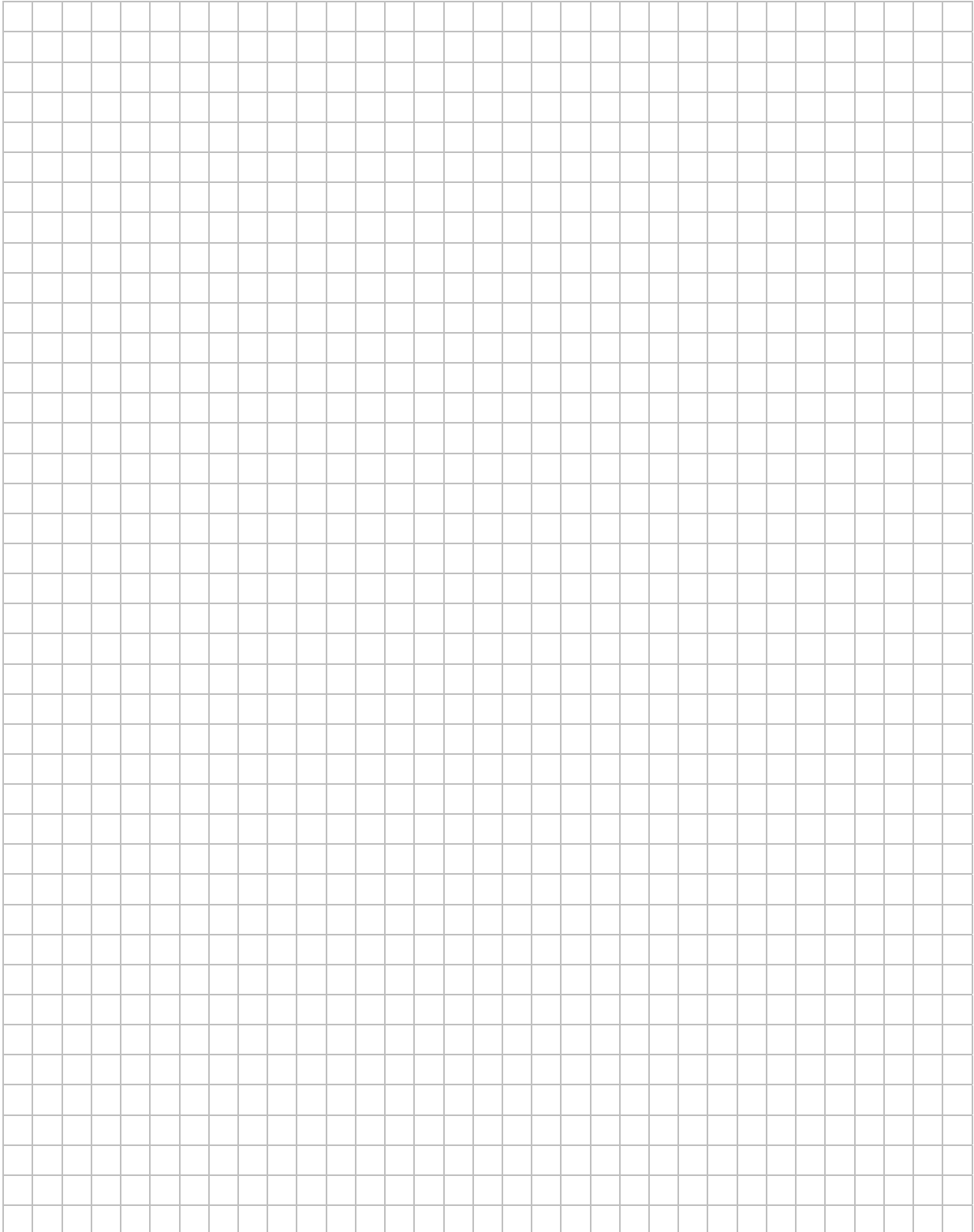
Porównaj liczby  $a^b$  oraz  $b^a$ , gdzie  $a = \left[ (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2$ ,  $b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}$ .



**Zadanie 7. (6 pkt)**

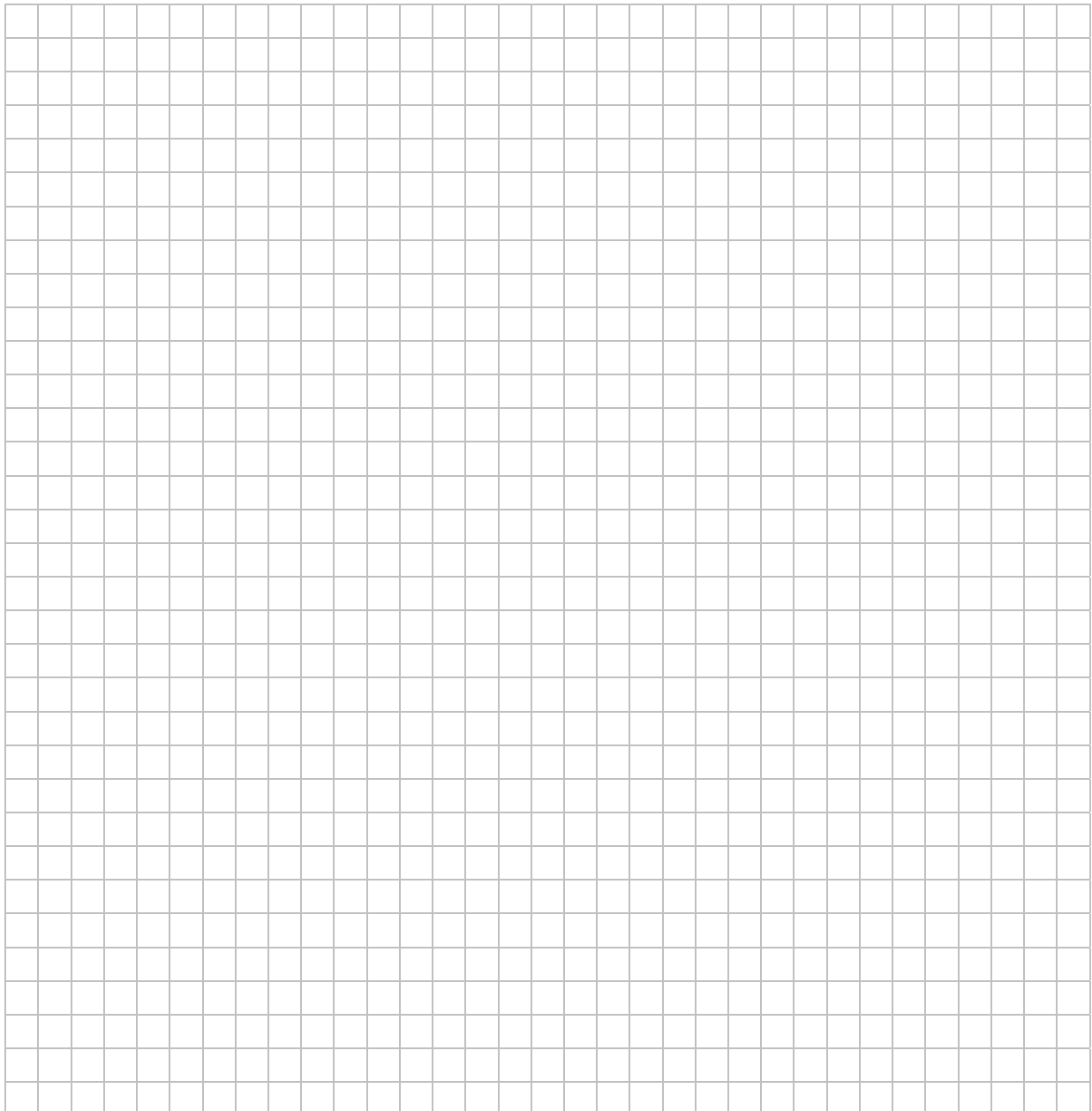
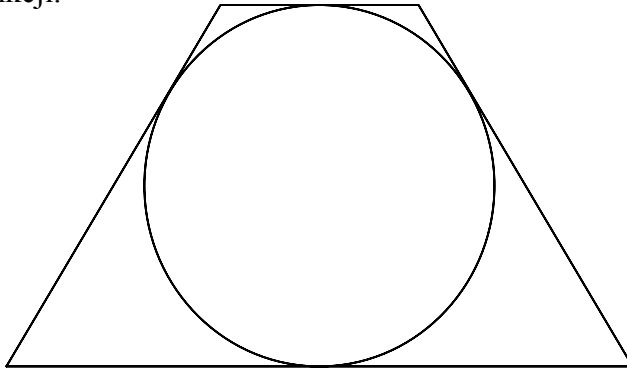
Dane jest równanie  $(x+3) \cdot [x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$  z niewiadomą  $x$ .

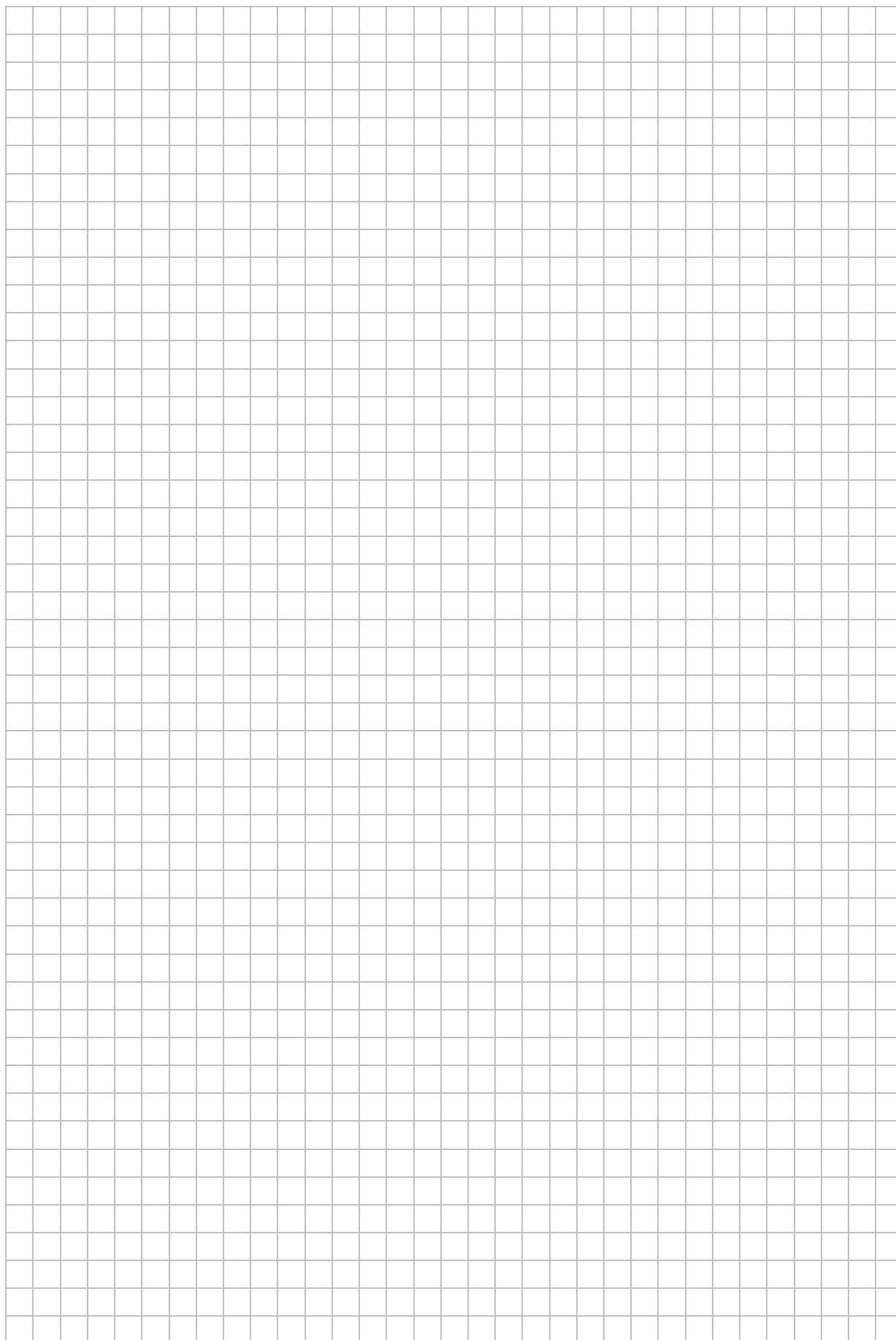
- a) Rozwiąż to równanie dla  $p = 1$ .
- b) Wyznacz wszystkie wartości parametru  $p$ , dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.



**Zadanie 8. (6 pkt)**

Trapez równoramienny jest opisany na okręgu. Suma długości krótszej podstawy i ramienia trapezu jest równa 30. Wyraż pole tego trapezu jako funkcję długości jego ramienia. Wyznacz dziedzinę tej funkcji.

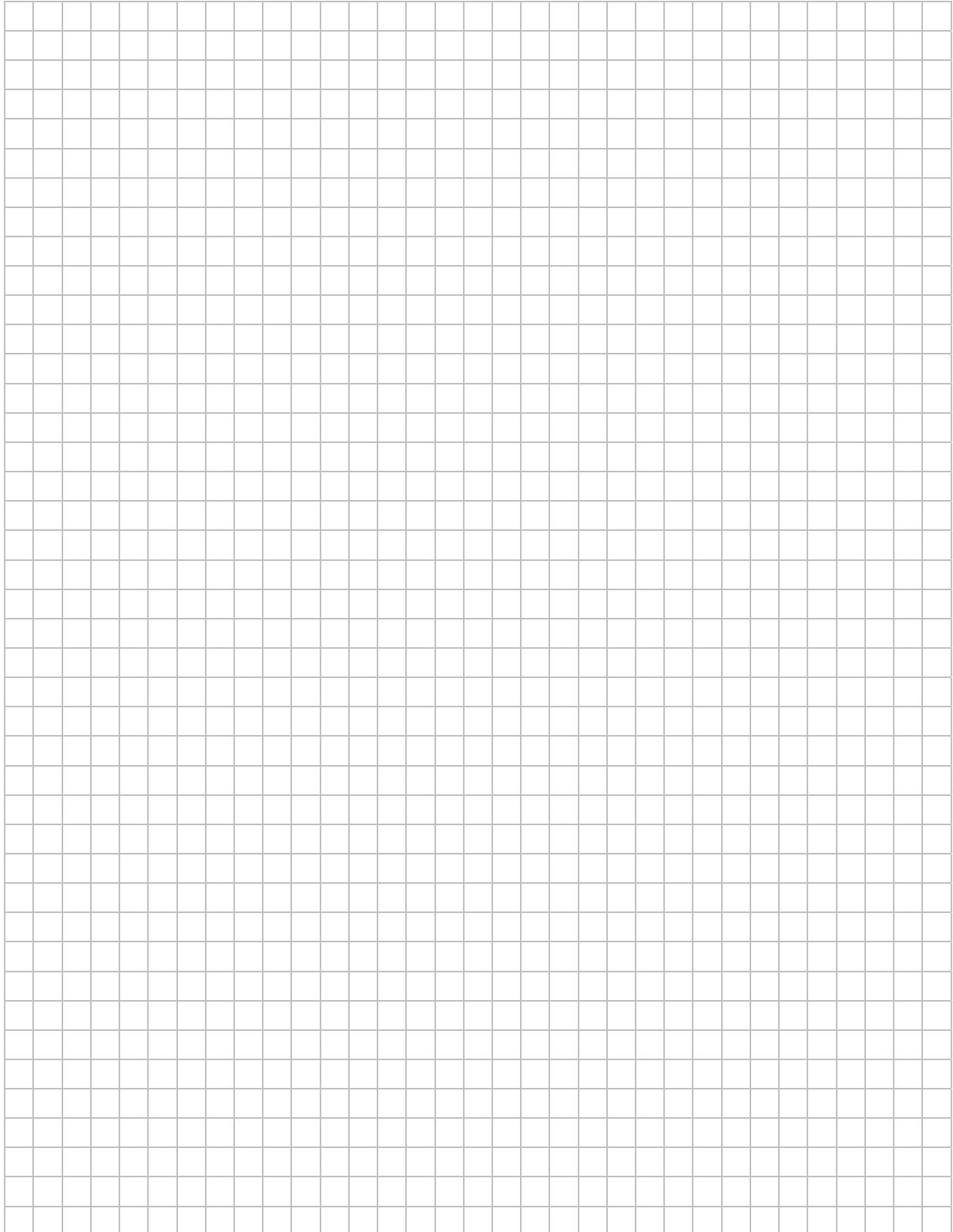




**Zadanie 9. (7 pkt)**

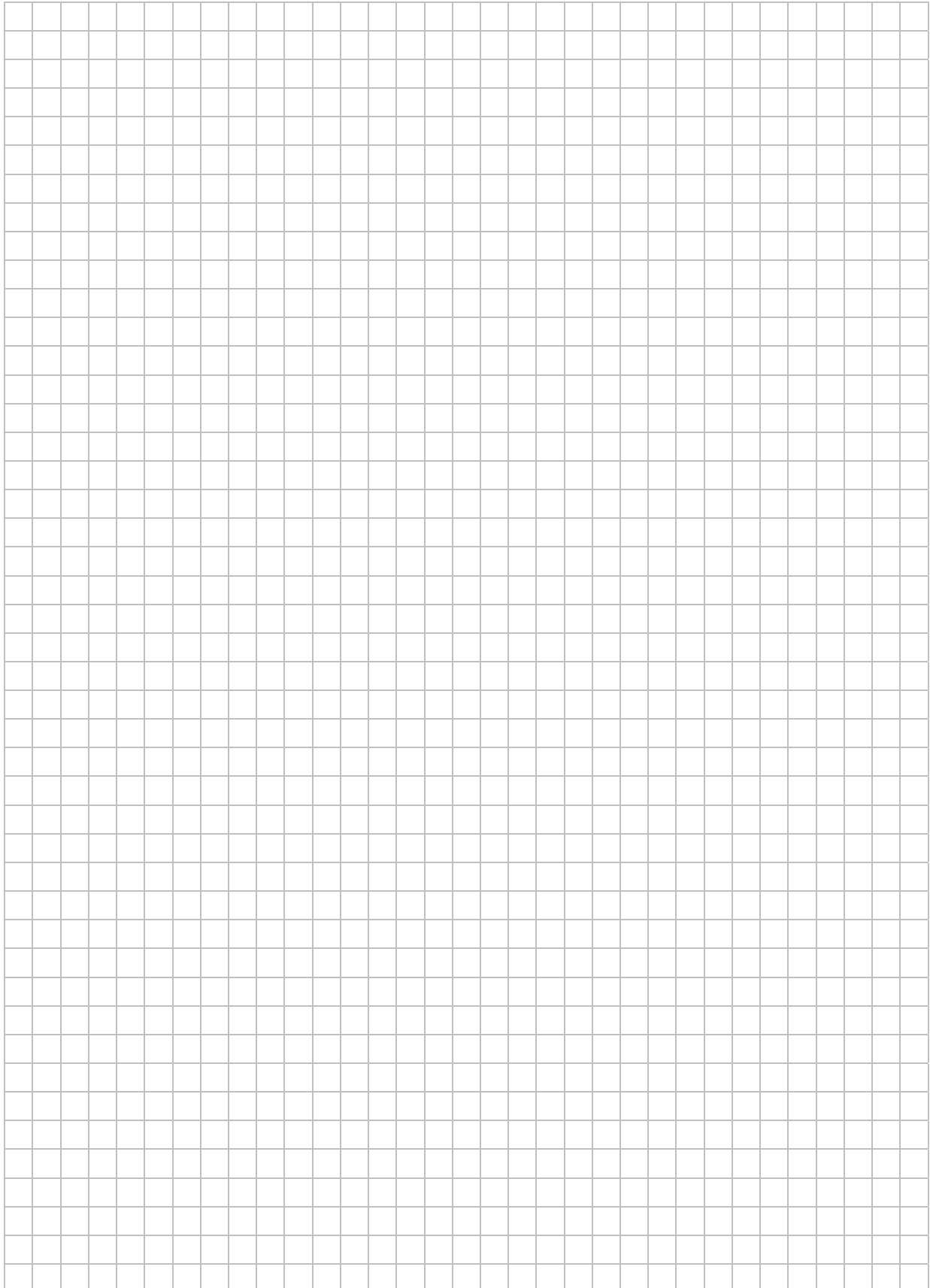
Środek okręgu przechodzącego przez punkty  $A = (1, 4)$  i  $B = (-6, 3)$  leży na osi  $Ox$ .

- Wyznacz równanie tego okręgu.
- Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej  $AB$  i oddalonej od początku układu współrzędnych o  $\sqrt{2}$ .



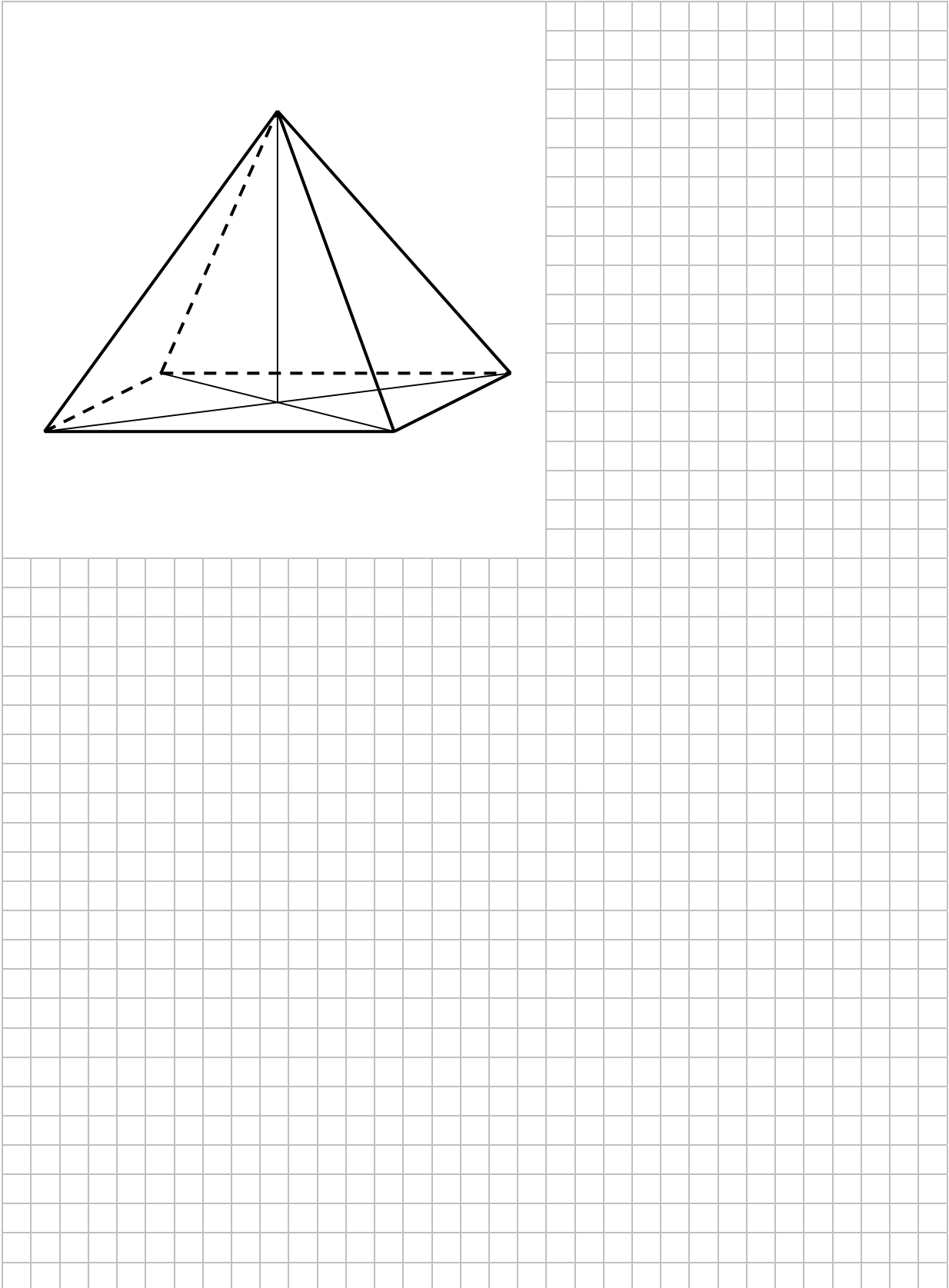
**Zadanie 10. (4 pkt)**

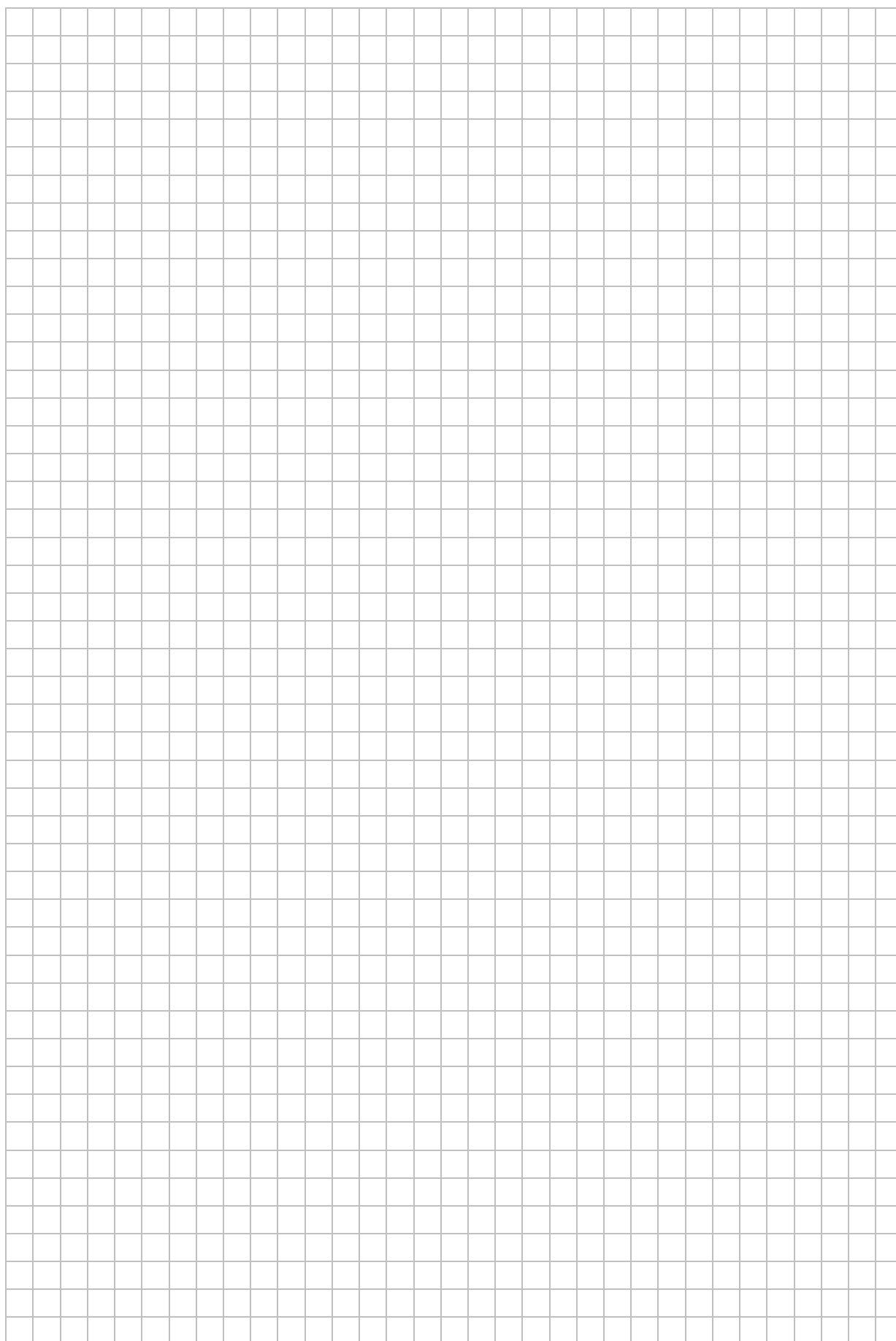
Sinusy kątów ostrych trójkąta prostokątnego oraz liczba 1 tworzą ciąg geometryczny. Oblicz sinus najmniejszego kąta tego trójkąta.



**Zadanie 11. (4 pkt)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym wszystkie krawędzie mają równą długość. Zaznacz na rysunku kąt utworzony przez dwie sąsiednie ściany boczne tego ostrosłupa i oblicz kosinus tego kąta.





## **BRUDNOPIS**