

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **4 czerwca 2019 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
|  | dostosowania<br>kryteriów oceniania   |
|  | nieprzenoszenia<br>zaznaczeń na kartę |

**NOWA FORMUŁA**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-193

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Parametr  $m$  dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania

$$(4 - m^2) \cdot x = m^2 - 3m + 2$$

z niewiadomą  $x$ . Wynika stąd, że

- A.  $m = -2$                       B.  $m = 1$                       C.  $m = 2$                       D.  $m = 4$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dane są trzy niewspółliniowe punkty:  $A = (1, 1)$ ,  $B = (6, 3)$ ,  $C = (4, 5)$ . Ile jest wszystkich punktów  $D$  takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  jest równoległobokiem?

- A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

**Zadanie 3. (0–1)**

Wiadomo, że wielomian  $15x^5 - 133x^4 + 383x^3 - 499x^2 + 146x + 120$  ma w zbiorze  $\left\{\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5}\right\}$  dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

- A.  $\frac{6}{5}$                                   B.  $\frac{7}{6}$                                   C.  $\frac{8}{7}$                                   D.  $\frac{9}{5}$

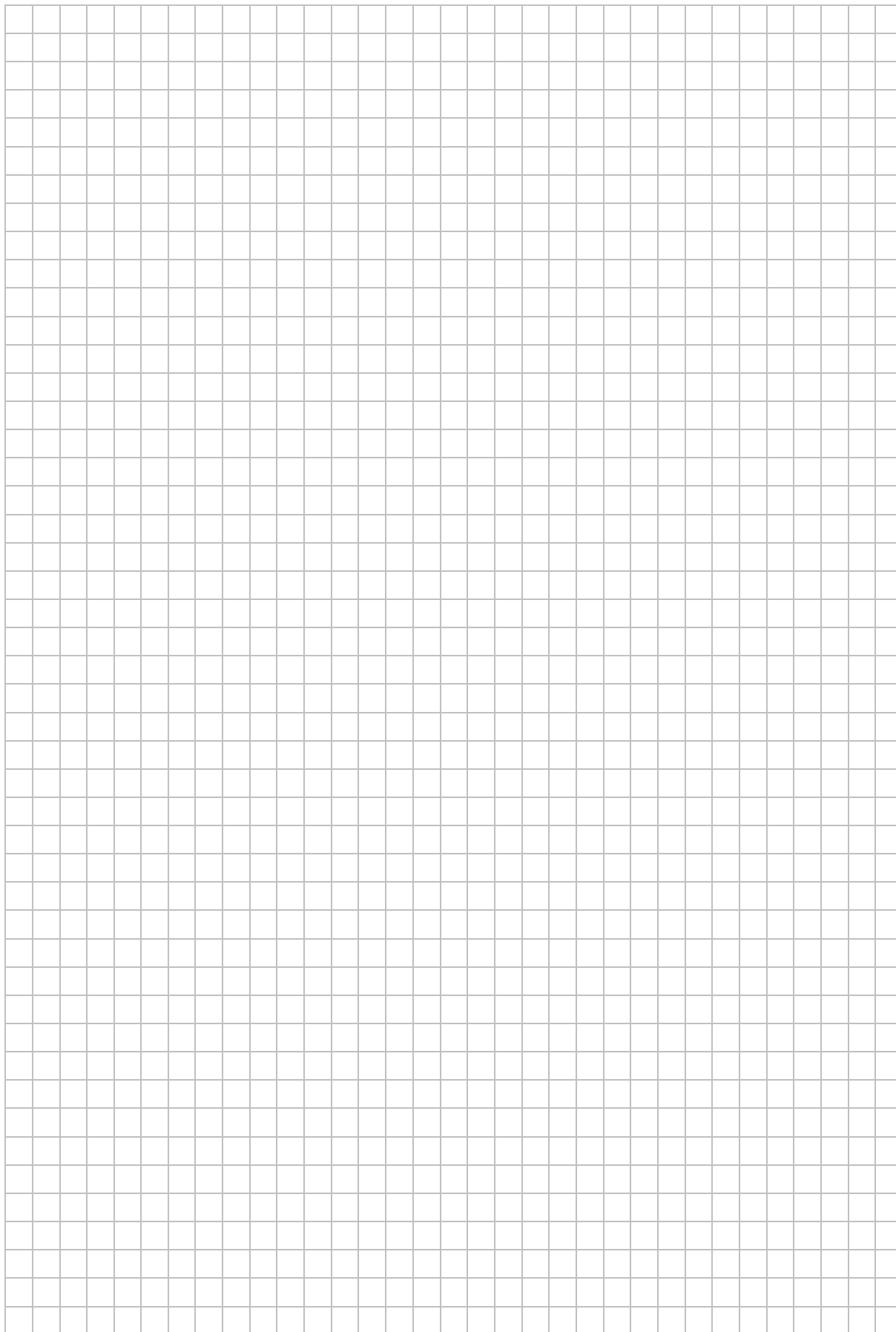
**Zadanie 4. (0–1)**

Nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest określony w następujący sposób:  $a_1 = \frac{3}{5}$  oraz

$a_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot a_n$  dla  $n \geq 1$ . Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A.  $\frac{5}{3}$                                   B.  $\frac{10}{9}$                                   C.  $\frac{9}{10}$                                   D.  $\frac{9}{5}$

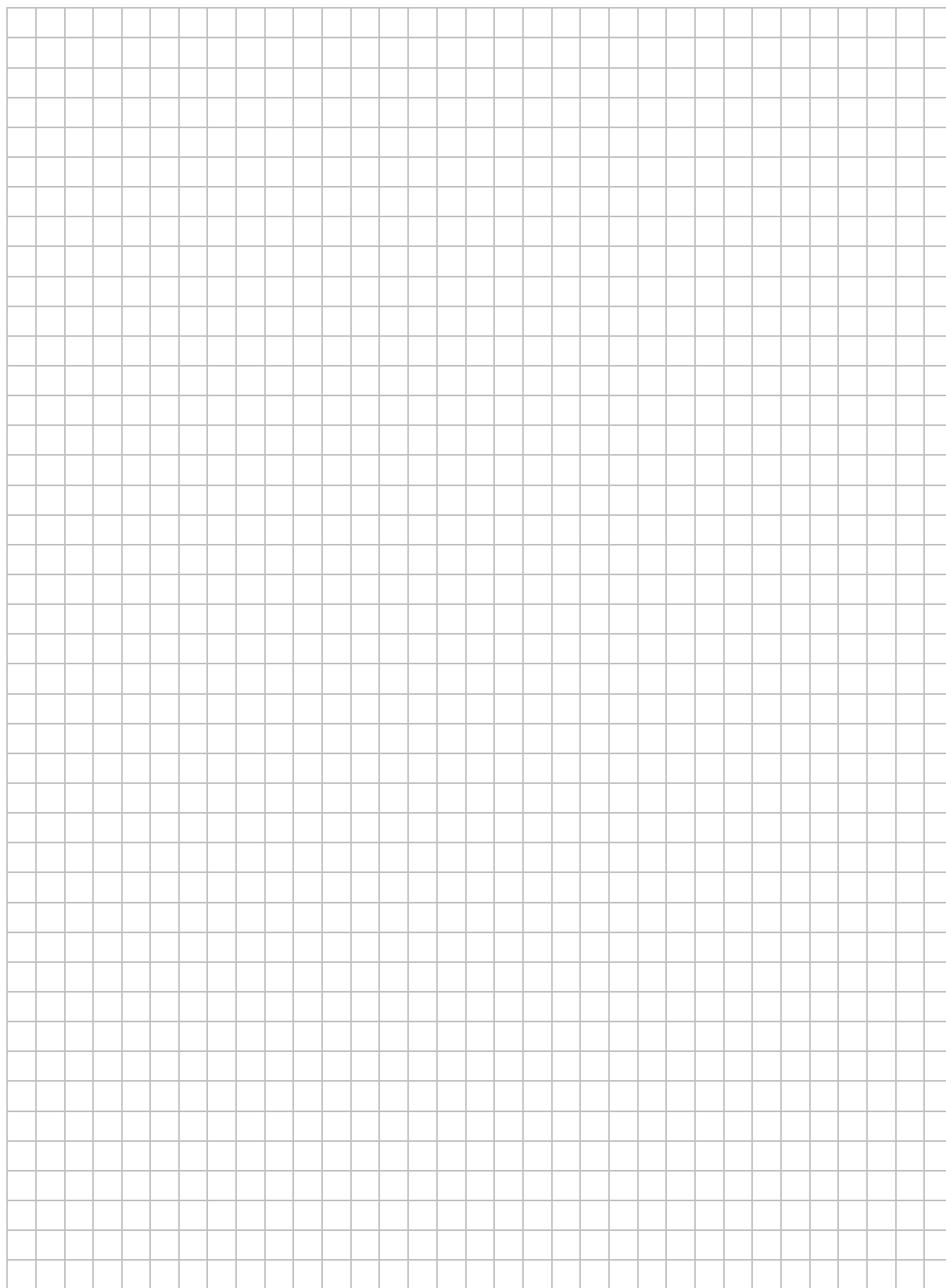
**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)





**Zadanie 6. (0–3)**

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

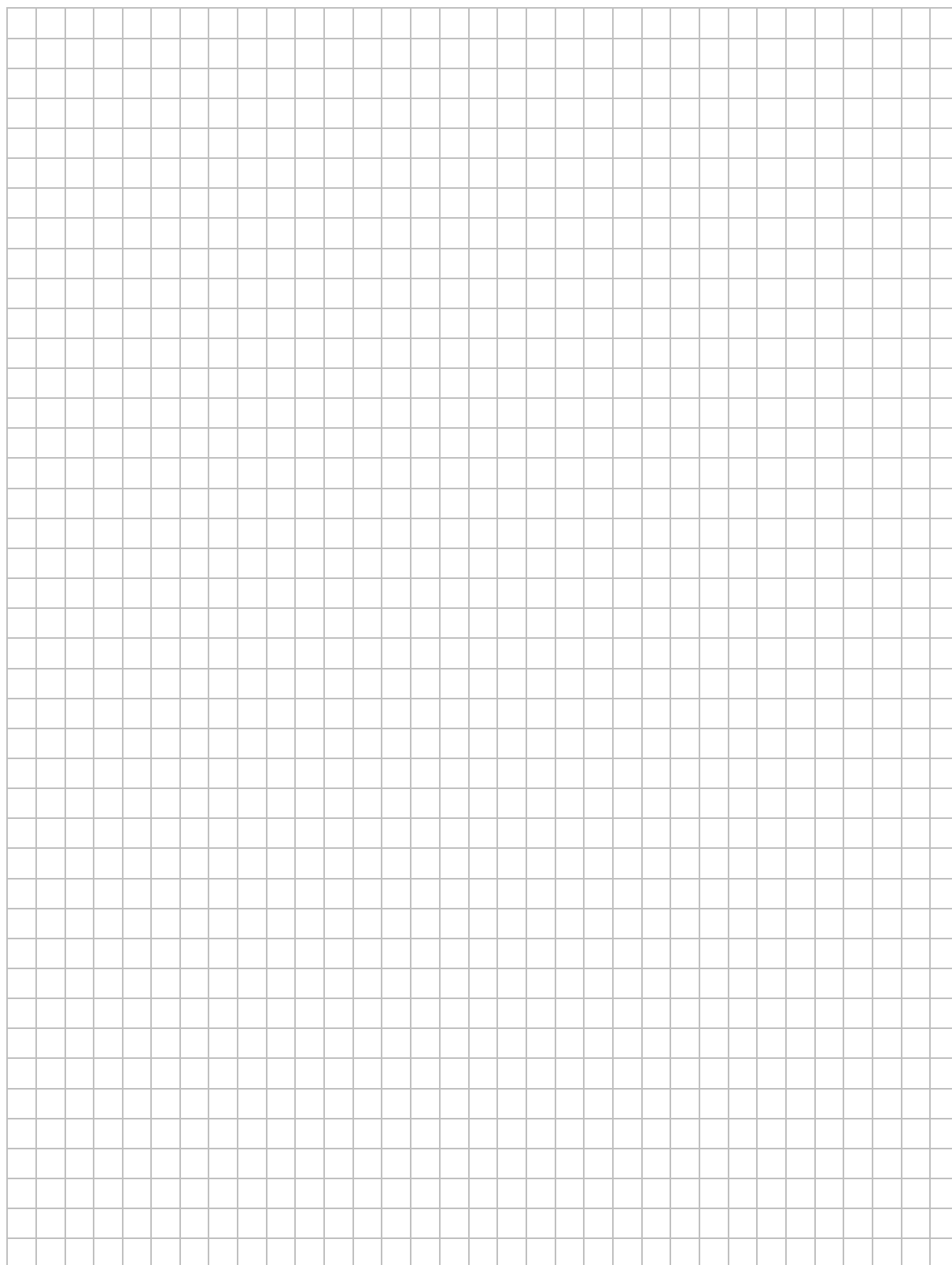


Odpowiedź: .....

**Zadanie 7. (0–2)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{25x^2 - 9}{x^2 + 2}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .

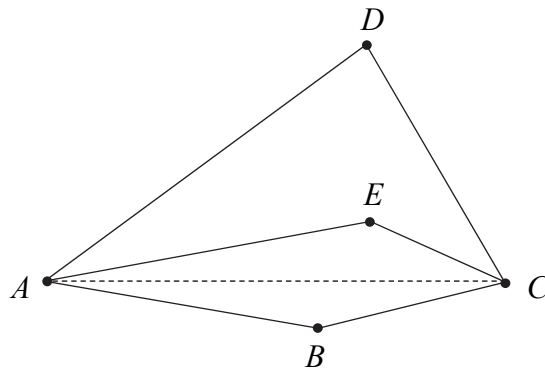
Oblicz wartość  $f'(10)$  pochodnej tej funkcji dla argumentu 10.



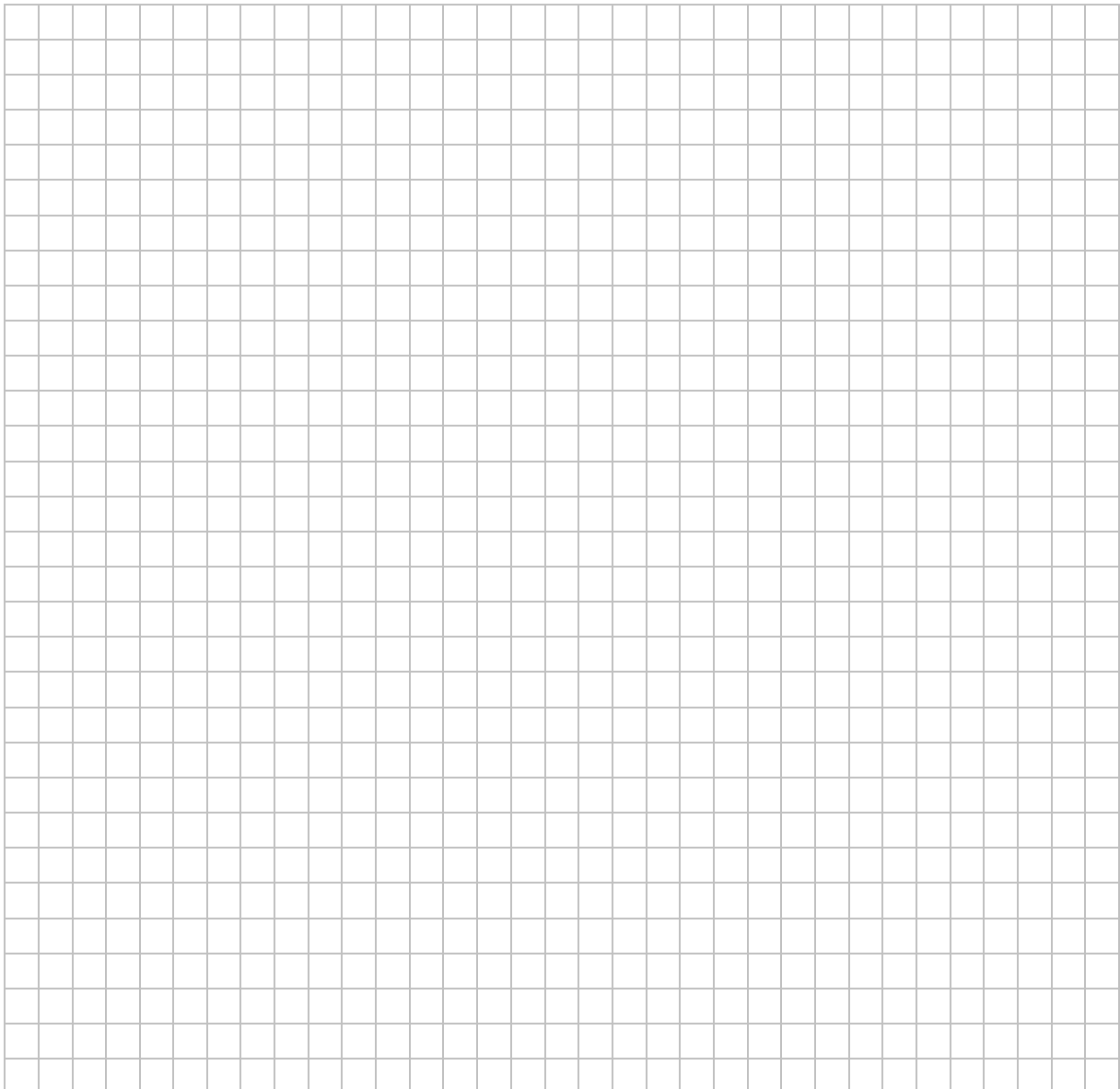
Odpowiedź: .....

**Zadanie 8. (0–3)**

Dwusieczne kątów  $BAD$  i  $BCD$  czworokąta wypukłego  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $E$ , przy czym punkty  $B$  i  $E$  leżą po przeciwnych stronach prostej  $AC$  (zobacz rysunek).

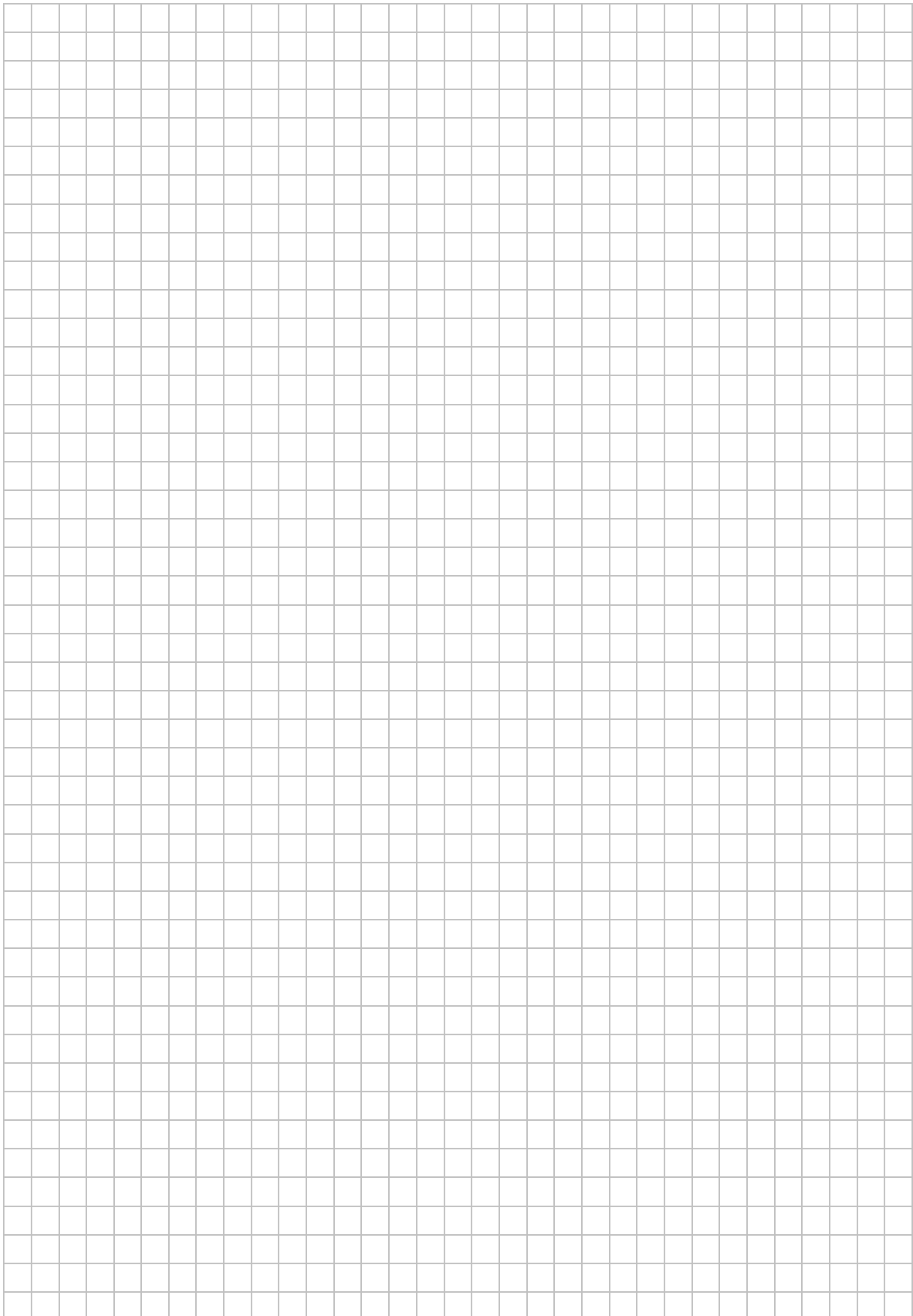


Wykaż, że  $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$ .



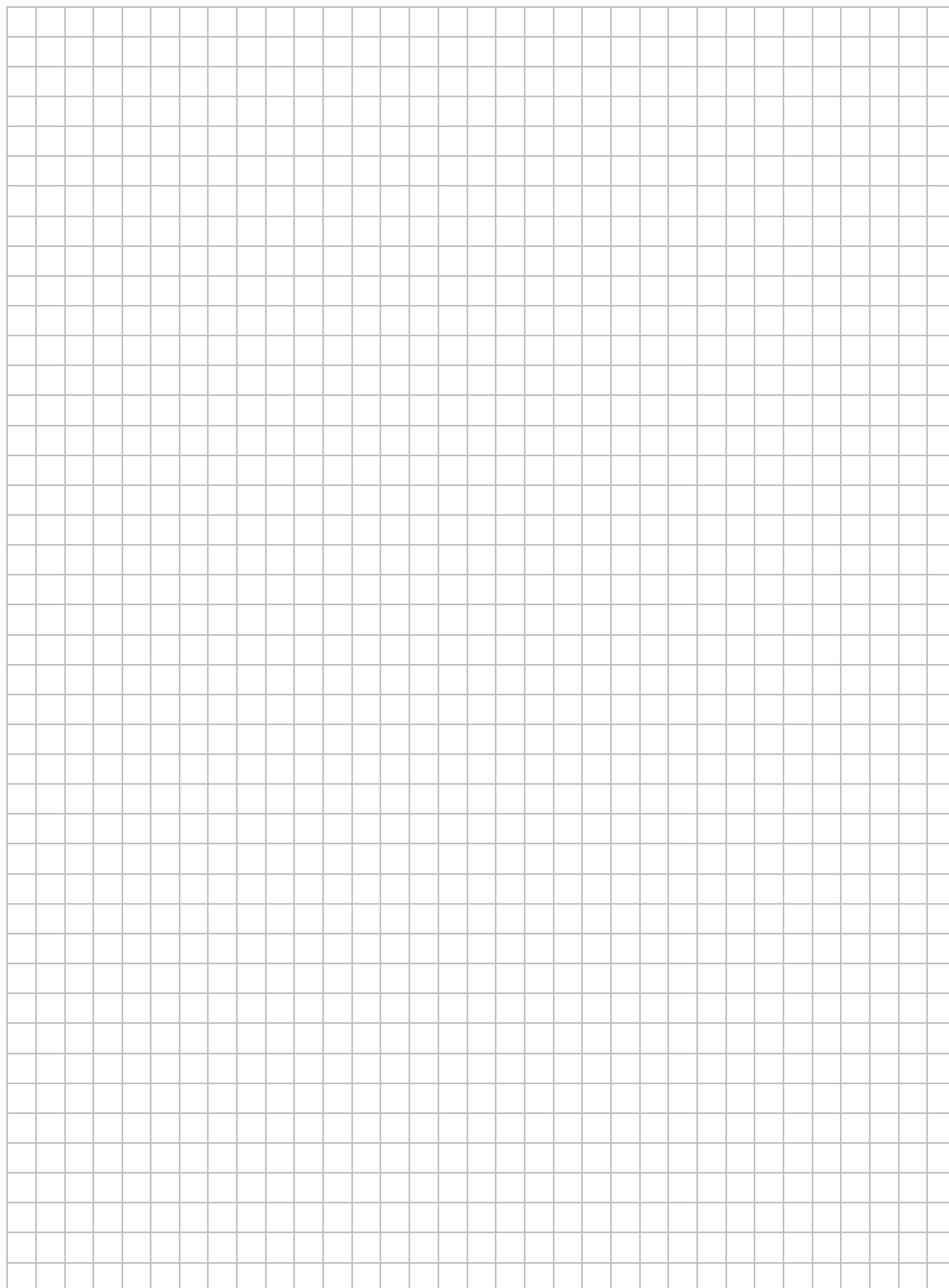
**Zadanie 9. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej  $n$  wyrażenie  $n^5 - 3n^4 - n + 19$  jest podzielne przez 16.



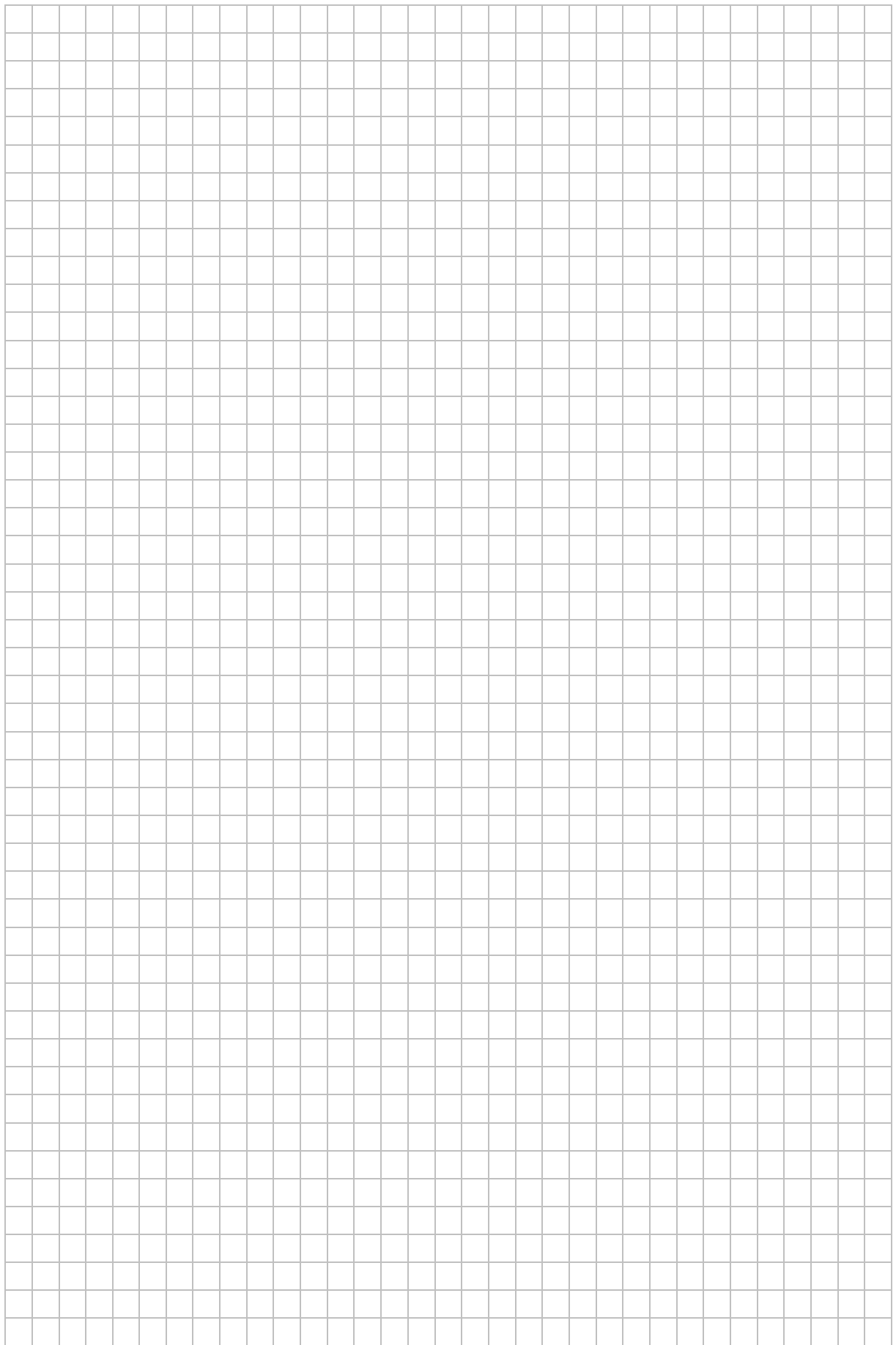
**Zadanie 10. (0–4)**

Miara kąta wewnętrznego  $n$ -kąta foremnego jest o  $2^\circ$  mniejsza od miary kąta wewnętrznego  $(n + 2)$ -kąta foremnego. Oblicz  $n$ .



Odpowiedź: .....





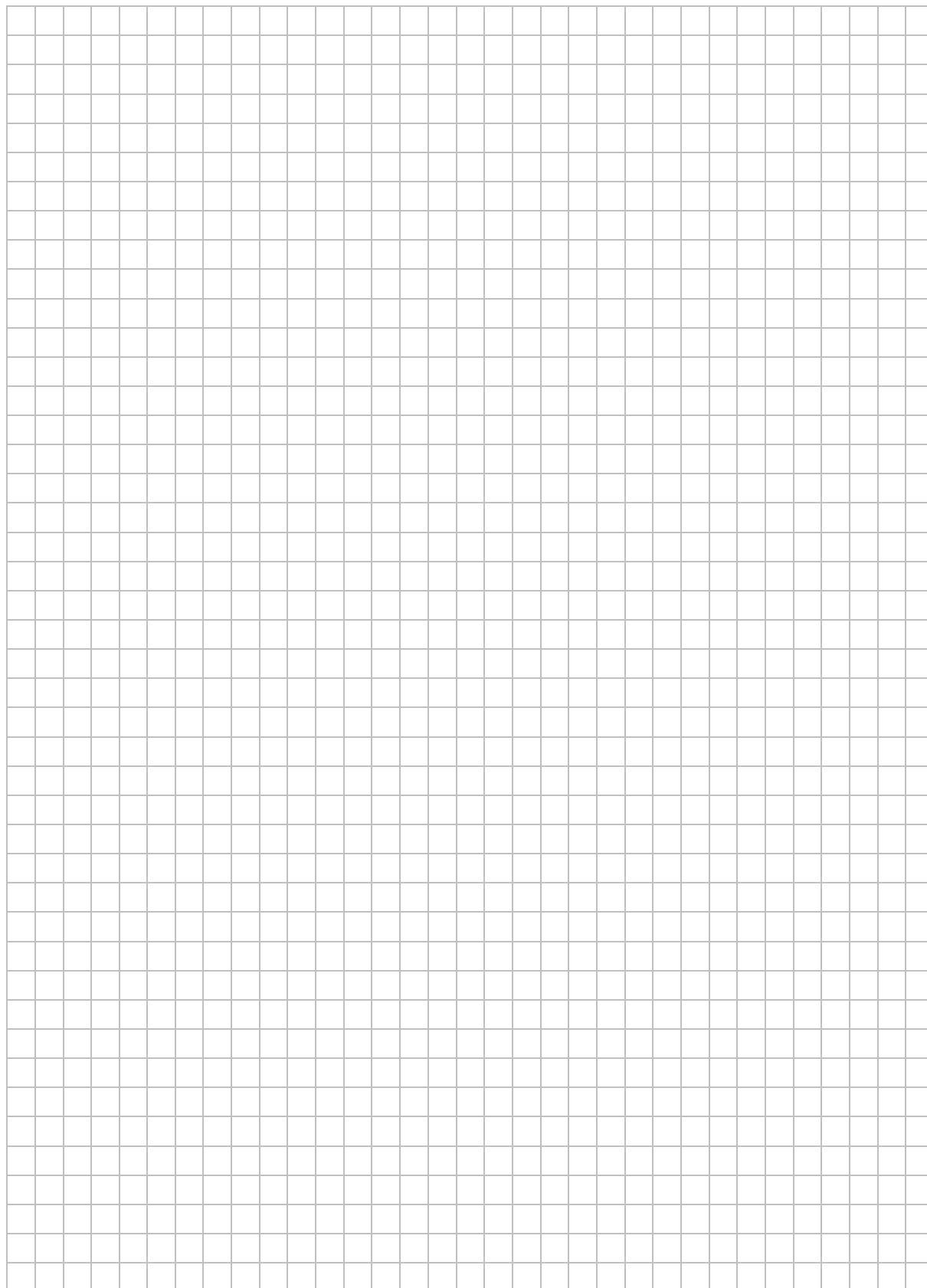
Odpowiedź: .....

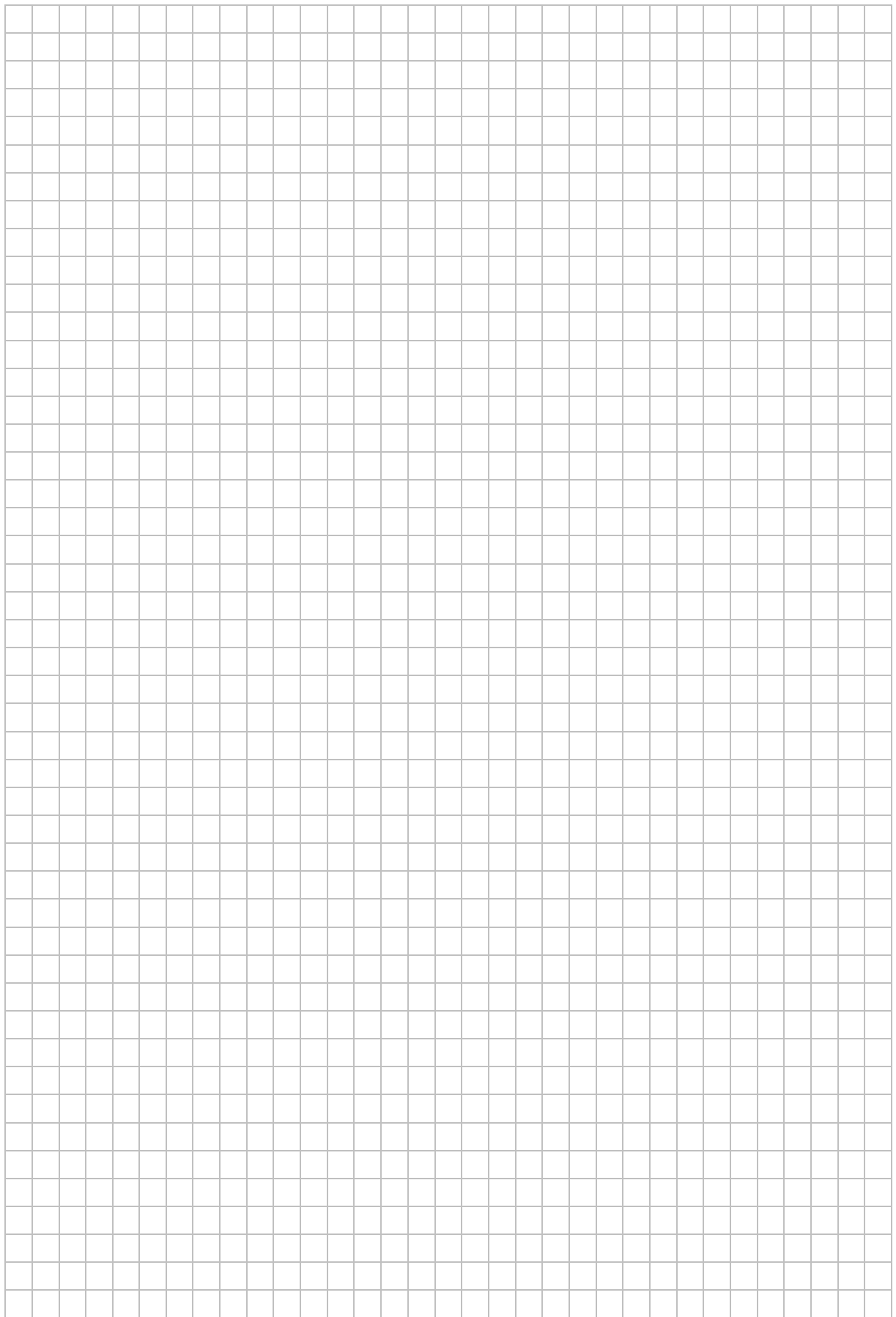
**Zadanie 12. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$4x^2 + (2 - 4m)x + m^2 - m - 2 = 0$$

ma dwa różne dodatnie rozwiązania  $x_1, x_2$  spełniające nierówność  $x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{17}{4}$ .

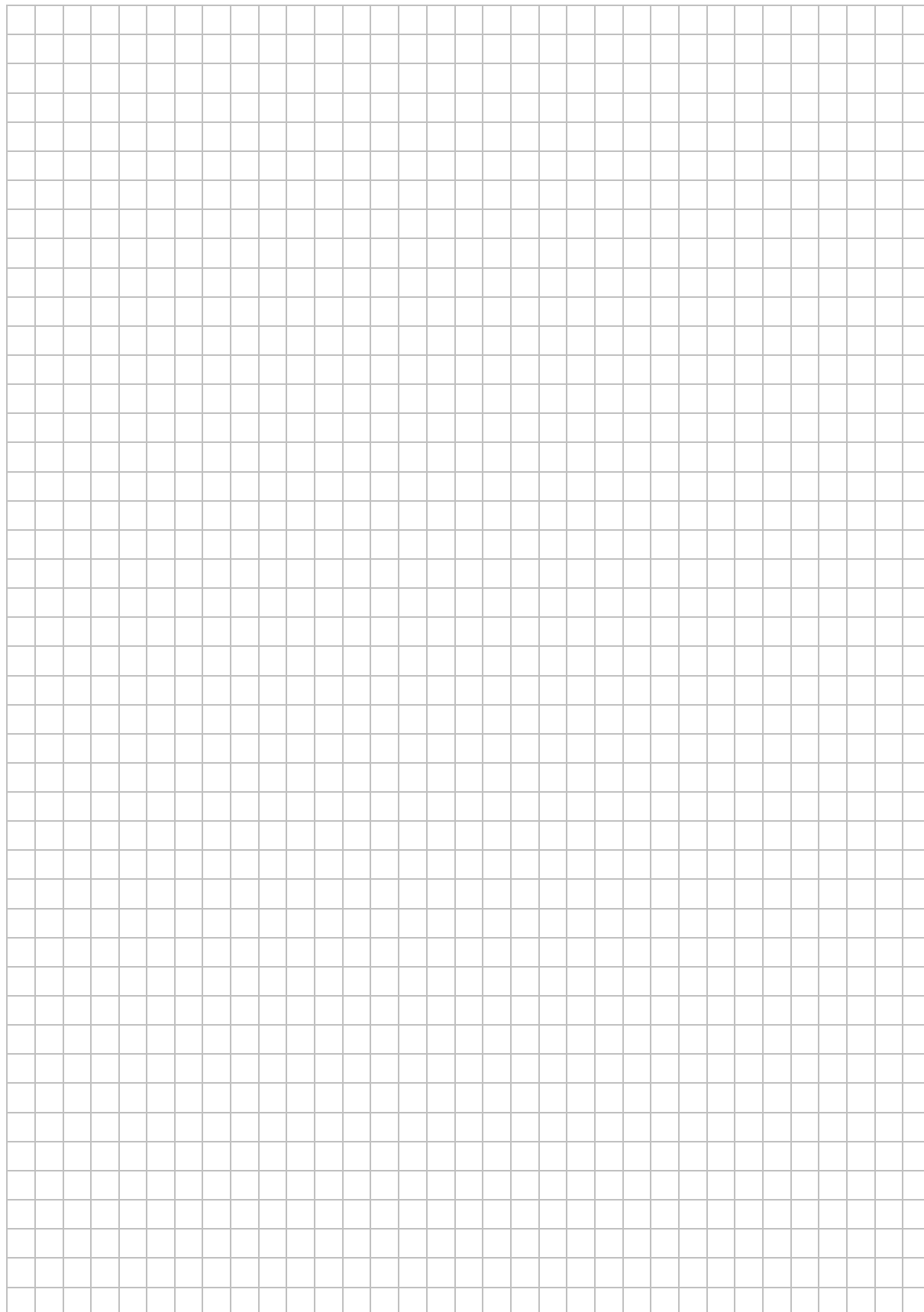


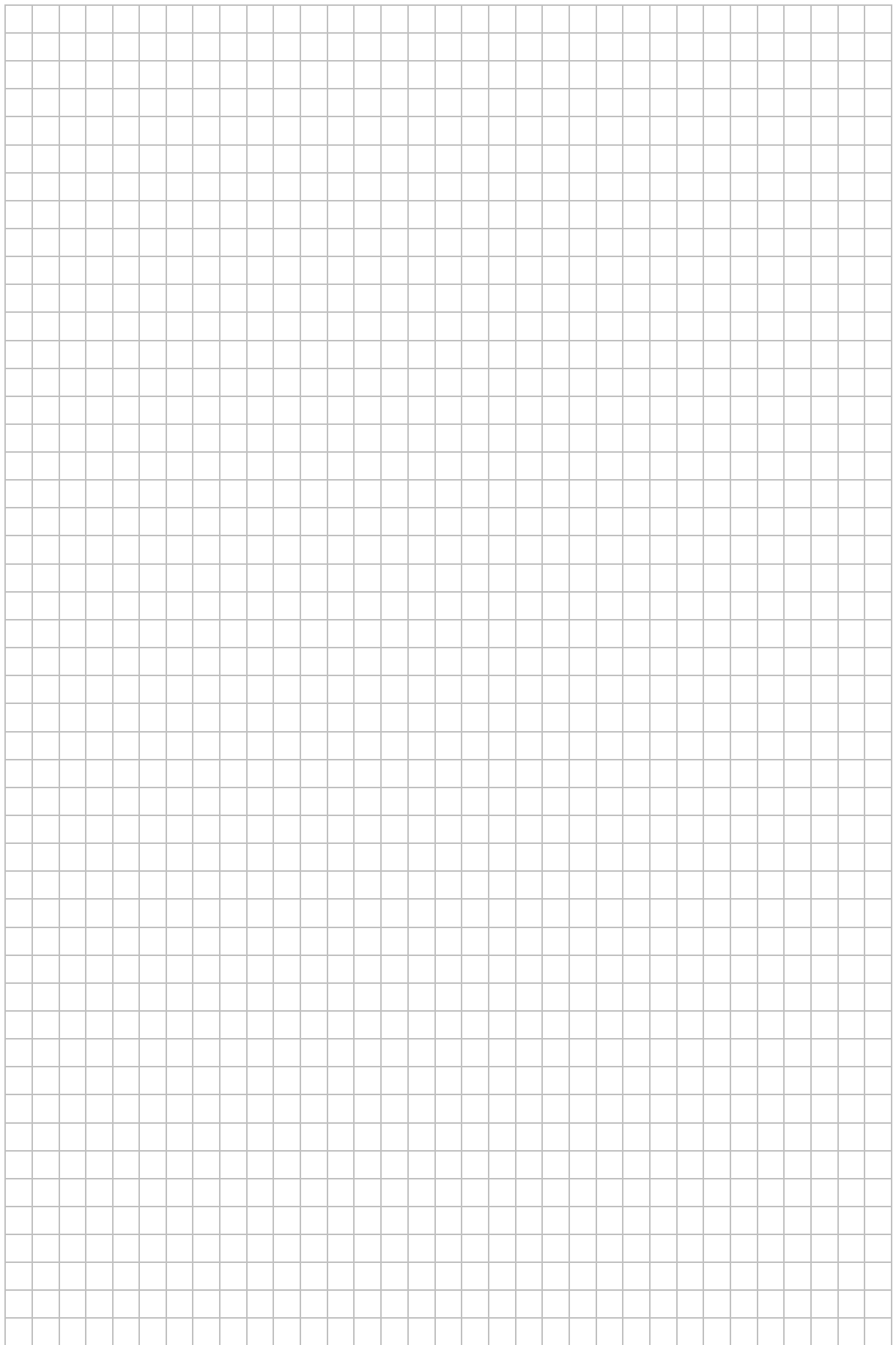


Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–6)**

Punkt  $A = (-2, 6)$  jest wierzchołkiem rombu  $ABCD$  o polu 90. Przekątna  $BD$  zawiera się w prostej  $l$  o równaniu  $2x - y - 5 = 0$ . Wyznacz długość boku tego rombu.

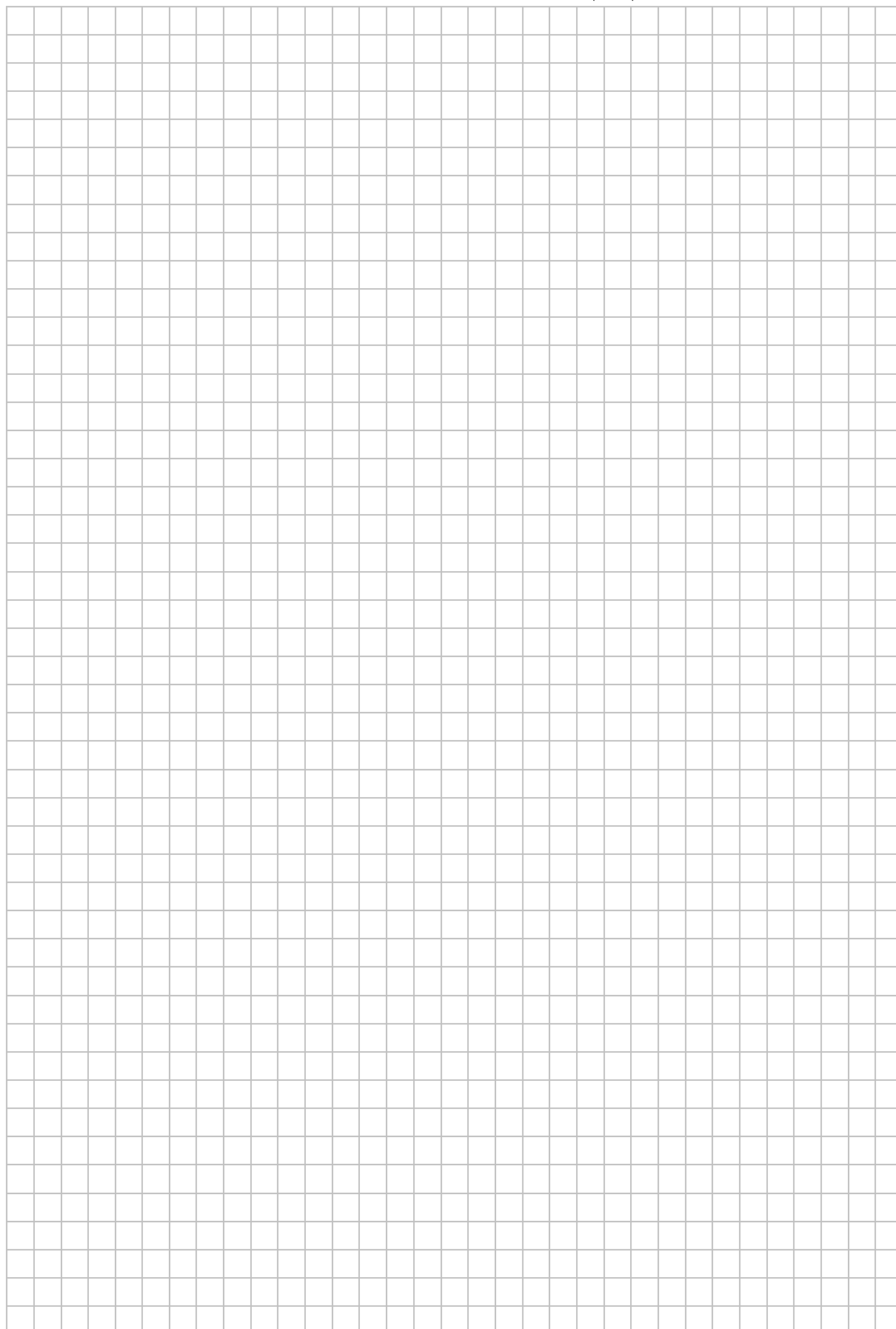


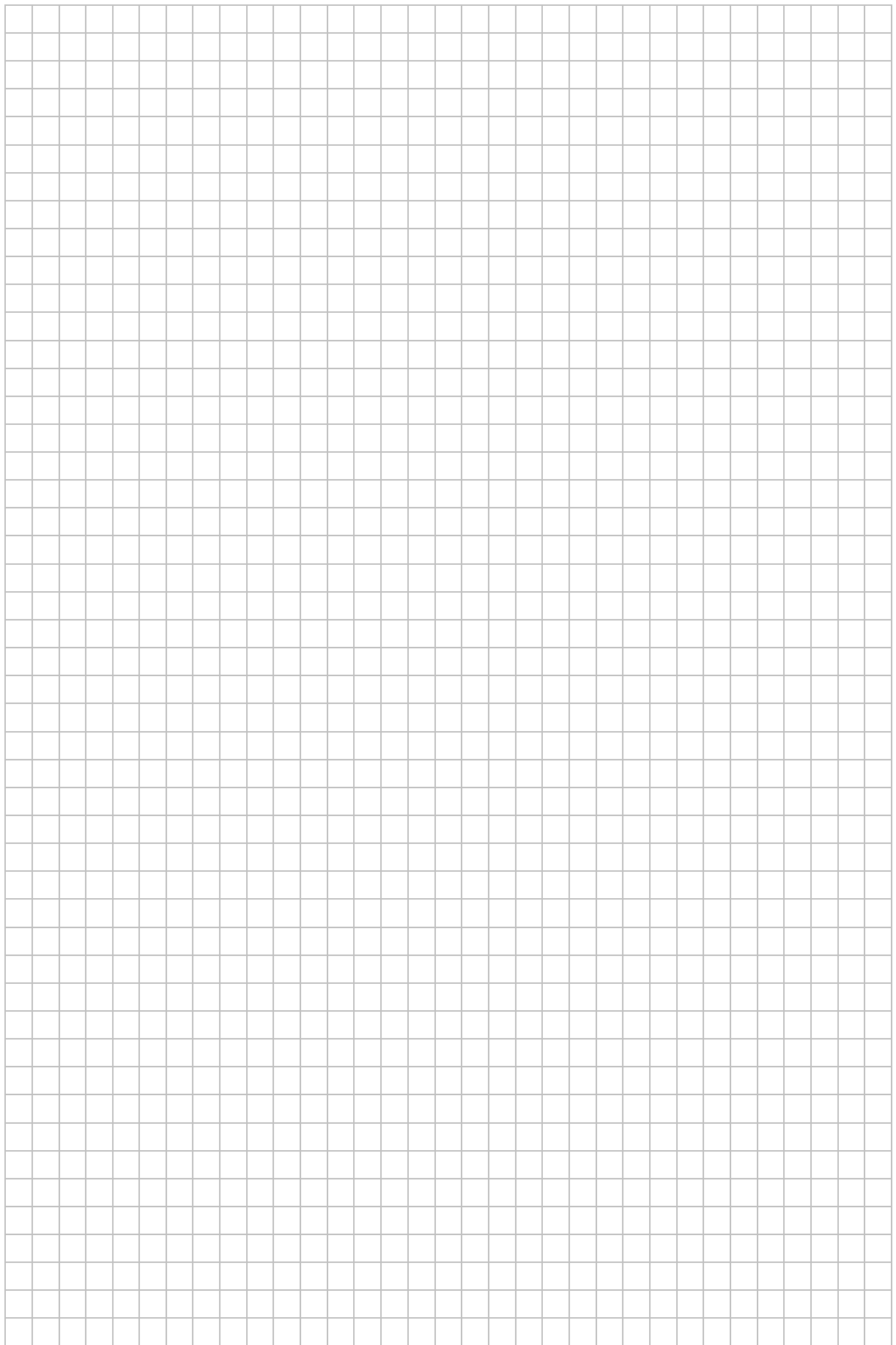


Odpowiedź: .....

**Zadanie 14. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $4\sin 7x \cos 2x = 2\sin 9x - 1$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .





Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–7)**

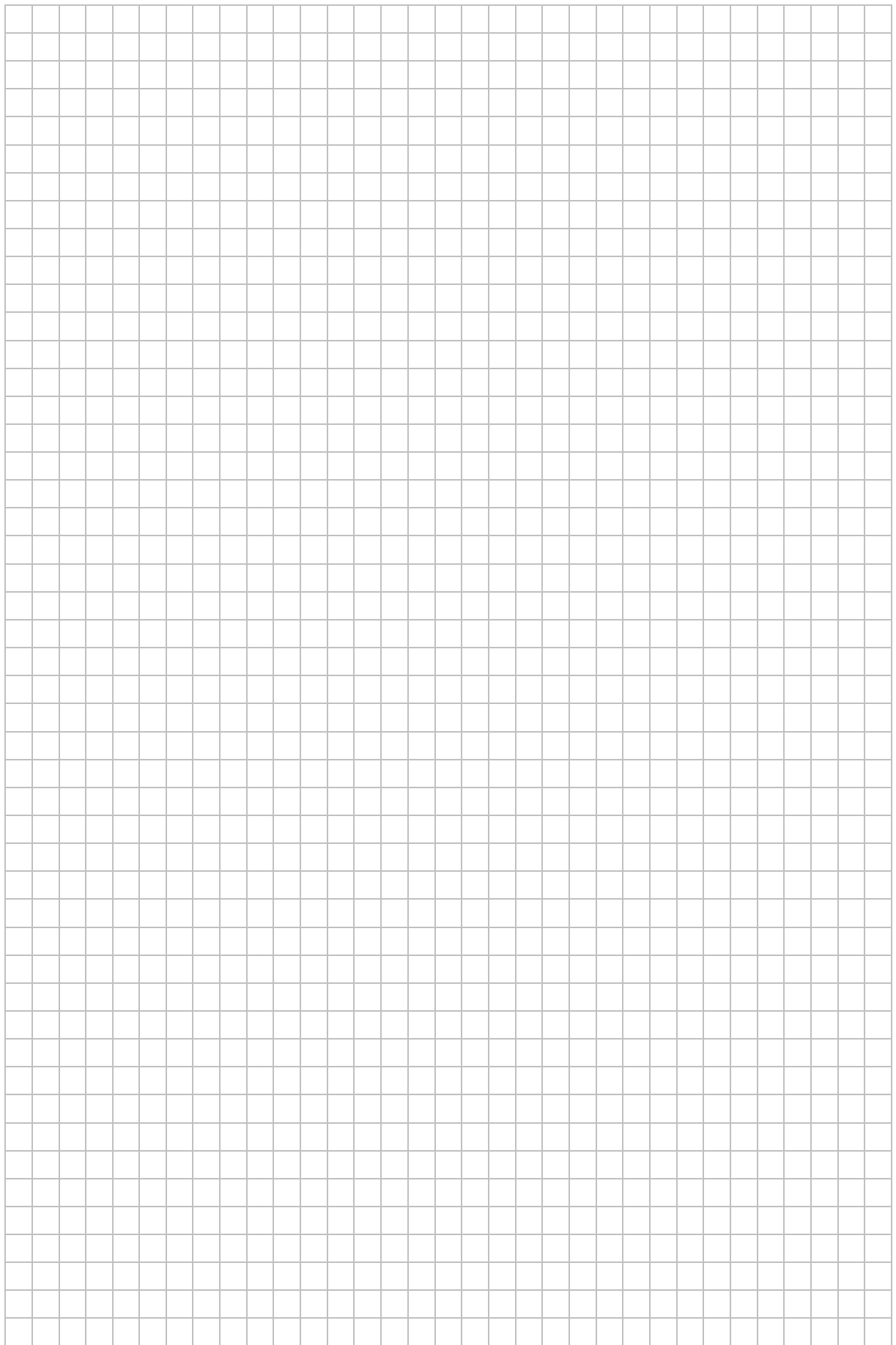
Dany jest okrąg o środku  $S$  i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku  $S_1$  i promieniu  $x$  oraz drugi o środku  $S_2$  i promieniu  $2x$ , o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwie rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku  $S$  i promieniu 18;
- punkty:  $S, S_1, S_2$  nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach  $a, b, c$  można obliczyć ze wzoru Herona  $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , gdzie  $p$  – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta  $SS_1S_2$  jako funkcję zmiennej  $x$ . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.





Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)