

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD			PESEL																

*miejsce  
na naklejkę*

dysleksja

## **EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2016 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

### **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 6. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-162

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

W rozwinięciu wyrażenia  $(2\sqrt{3}x + 4y)^3$  współczynnik przy iloczynie  $xy^2$  jest równy

- A.  $32\sqrt{3}$                       B. 48                      C.  $96\sqrt{3}$                       D. 144

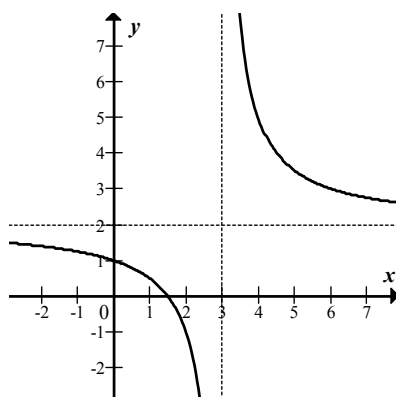
**Zadanie 2. (0–1)**

Wielomian  $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$  jest podzielny przez dwumian  $x - 1$  dla  $p$  równego

- A. 4                      B. -2                      C. 2                      D. -4

**Zadanie 3. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej  $y = f(x)$ , której dziedziną jest zbiór  $D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$ .



Równanie  $|f(x)| = p$  z niewiadomą  $x$  ma dokładnie jedno rozwiązanie

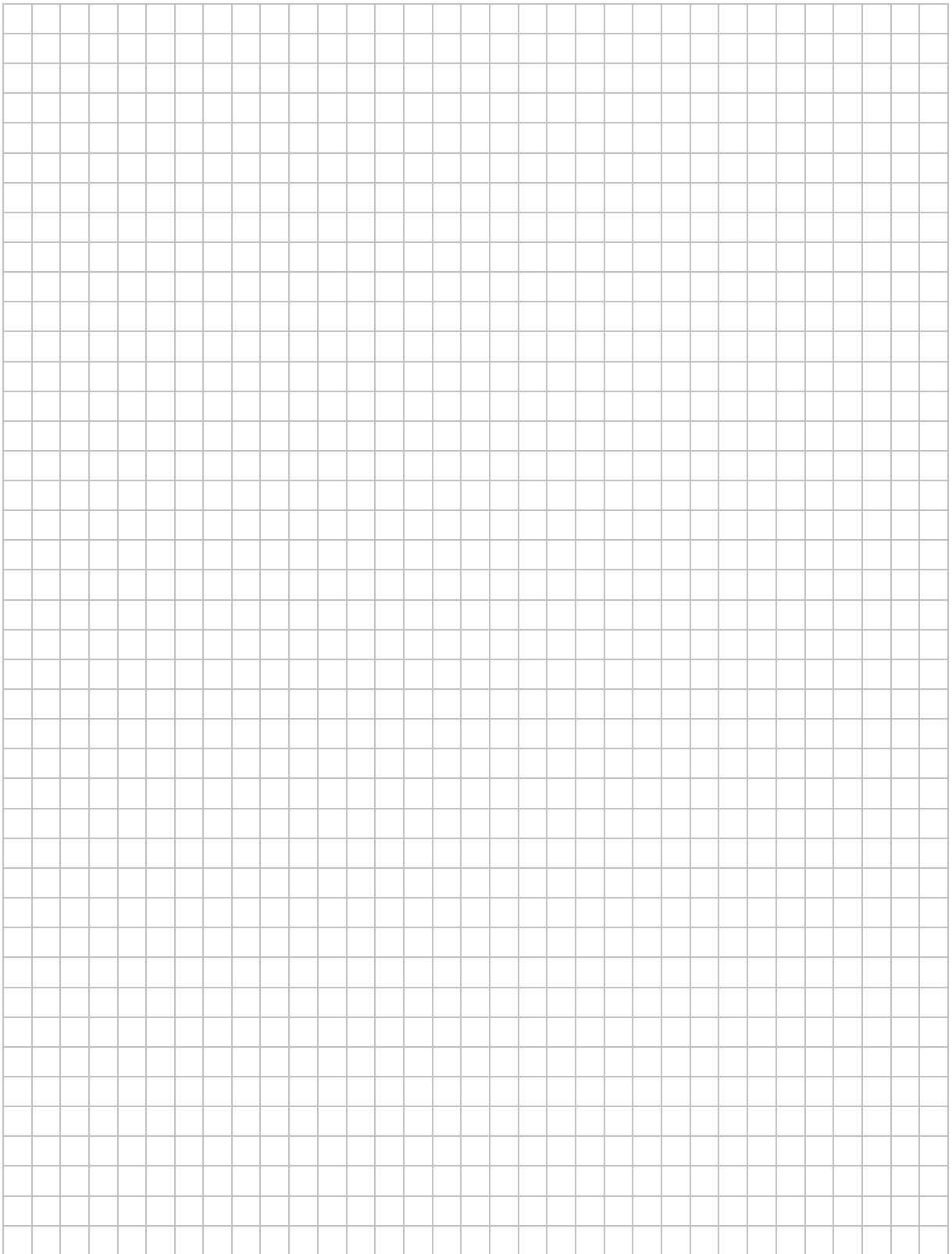
- A. w dwóch przypadkach:  $p = 0$  lub  $p = 3$ .      B. w dwóch przypadkach:  $p = 0$  lub  $p = 2$ .  
C. tylko wtedy, gdy  $p = 3$ .                      D. tylko wtedy, gdy  $p = 2$ .

**Zadanie 4. (0–1)**

Funkcja  $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}$  jest określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Pochodna tej funkcji jest określona wzorem

- A.  $f'(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$                       B.  $f'(x) = \frac{-9x^2 + 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$   
C.  $f'(x) = \frac{3x^2 - 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$                       D.  $f'(x) = \frac{9x^2 - 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$

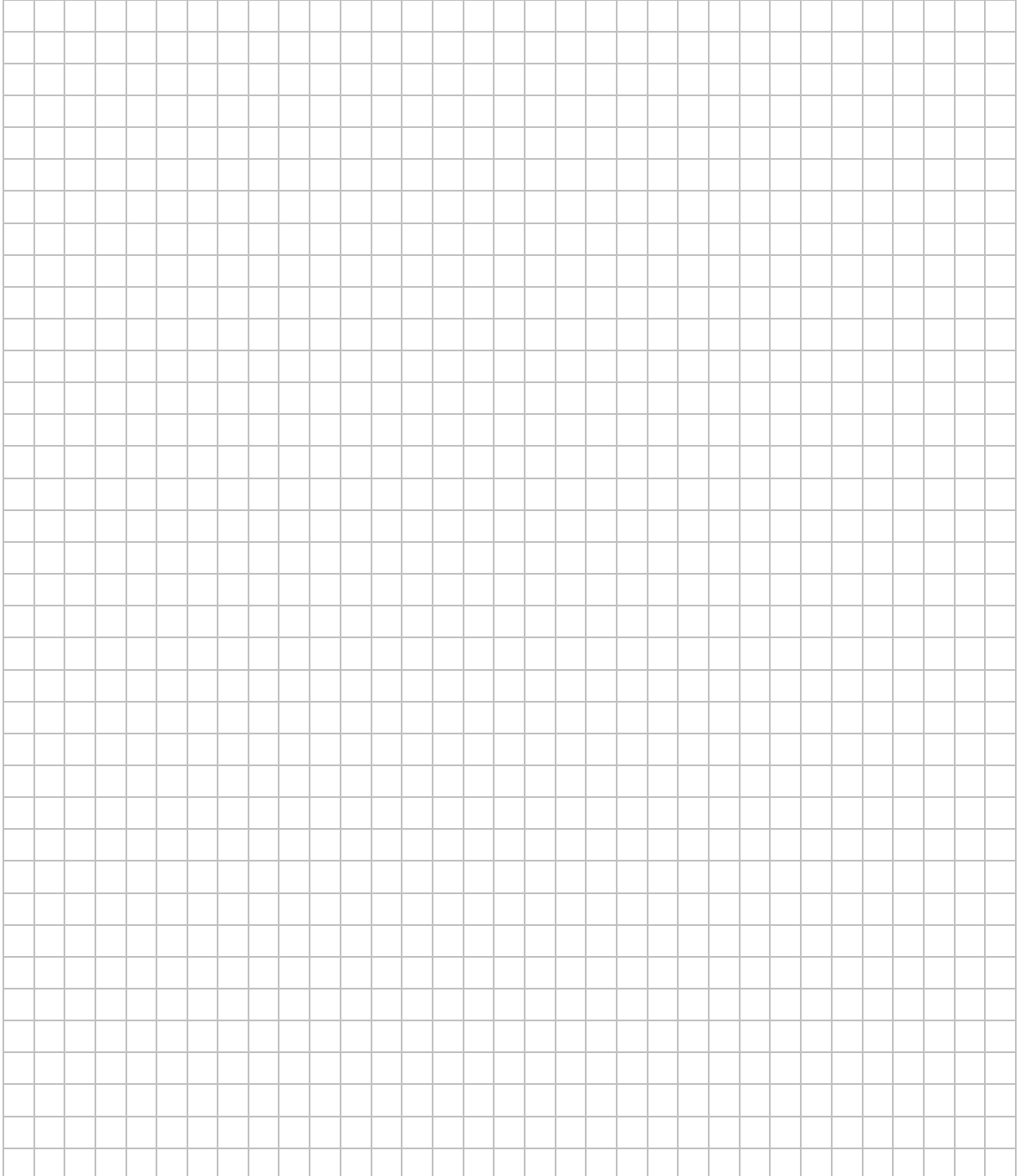
**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)





**Zadanie 7. (0–2)**

Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = \left(\frac{1}{2x-371}\right)^n$  dla  $n \geq 1$ . Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą  $x$ , dla której nieskończony szereg  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  jest zbieżny.

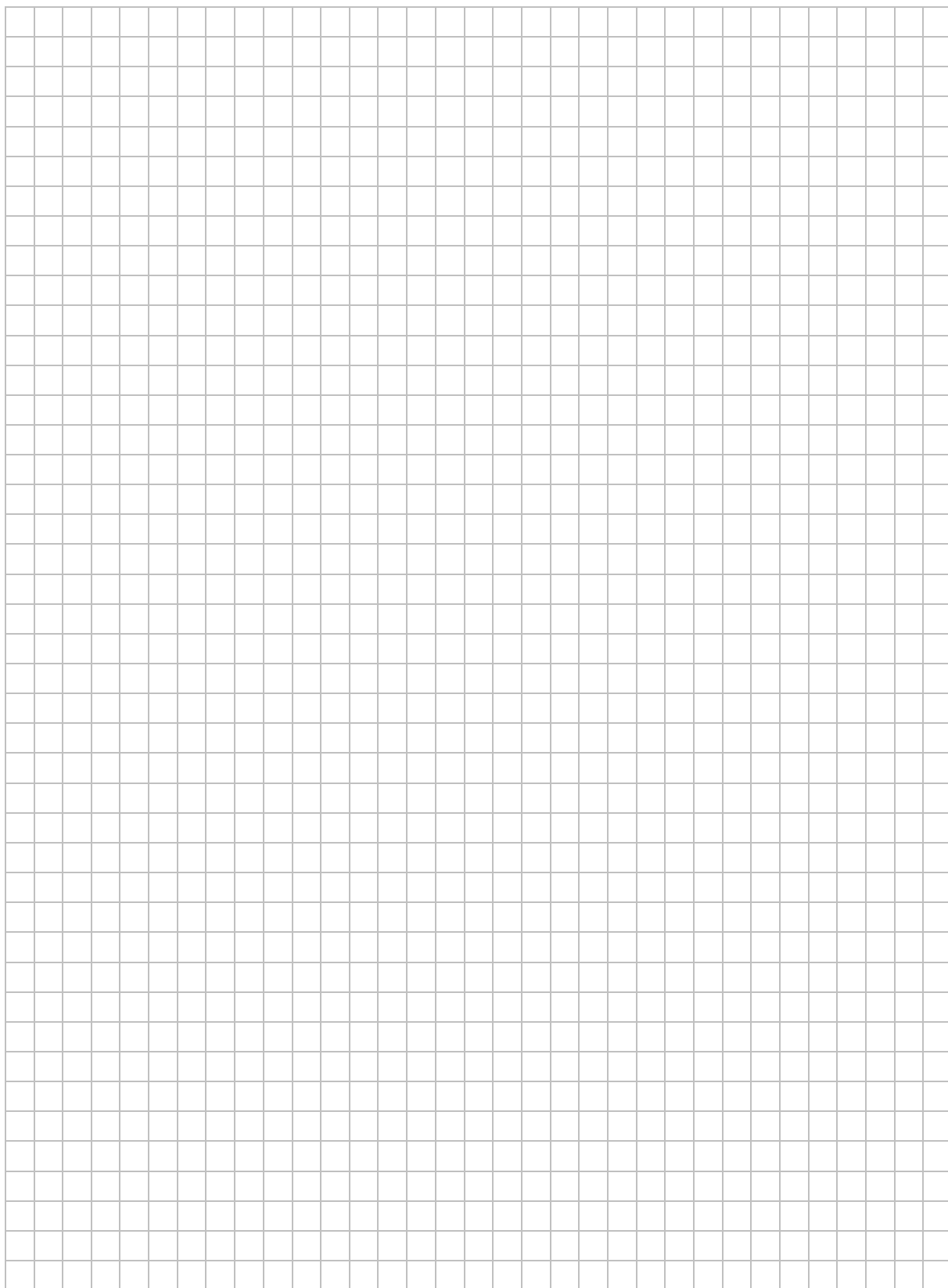


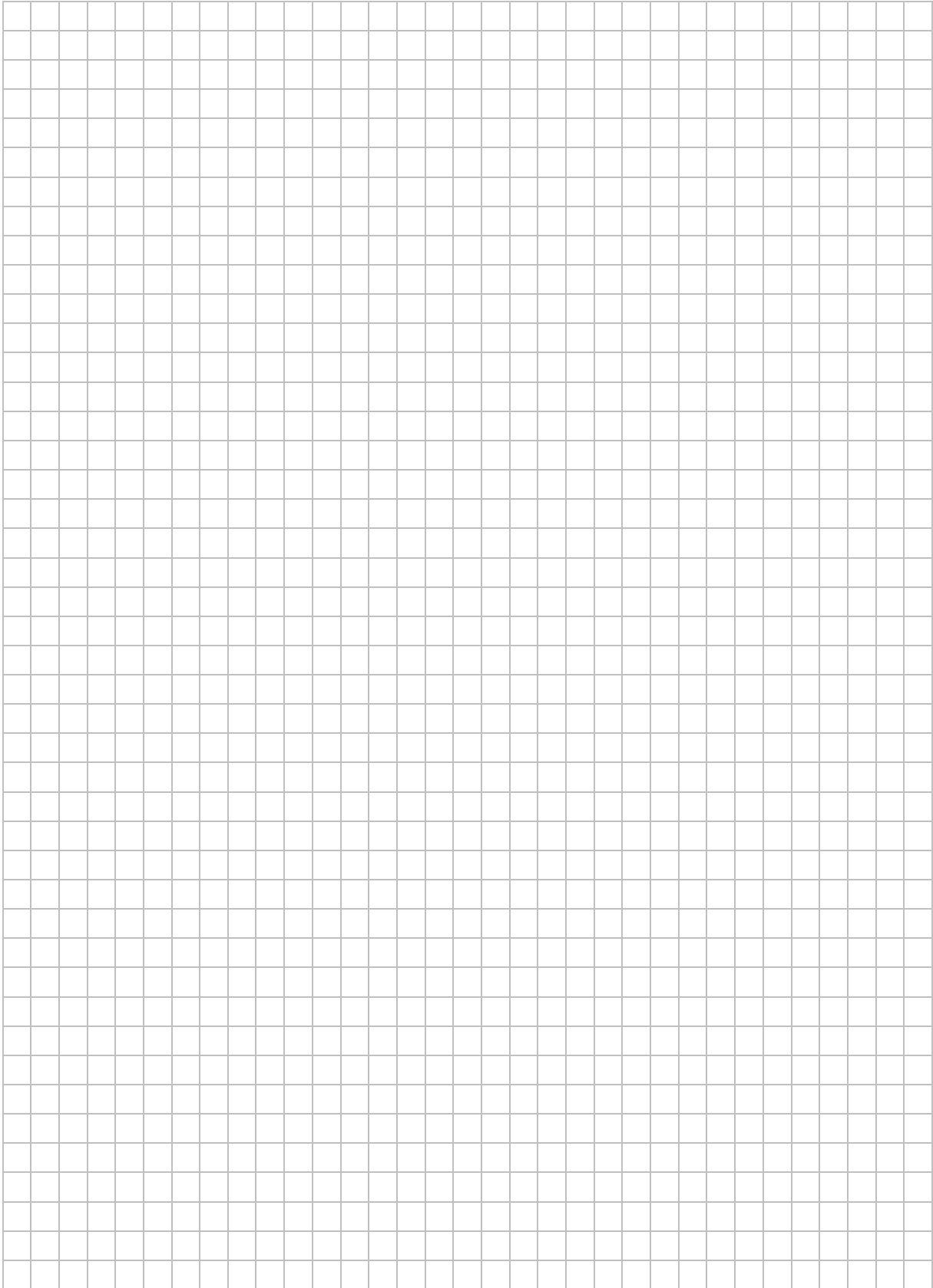
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>6.</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 8. (0–3)**

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$  takich, że  $x^2 + y^2 = 2$ , prawdziwa jest nierówność  $x + y \leq 2$ .

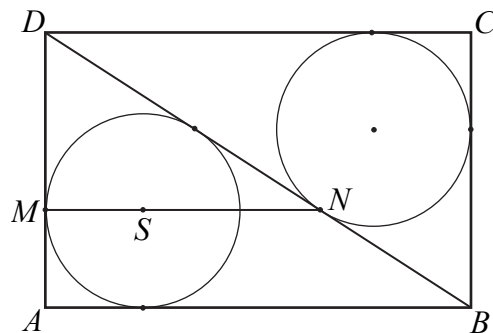




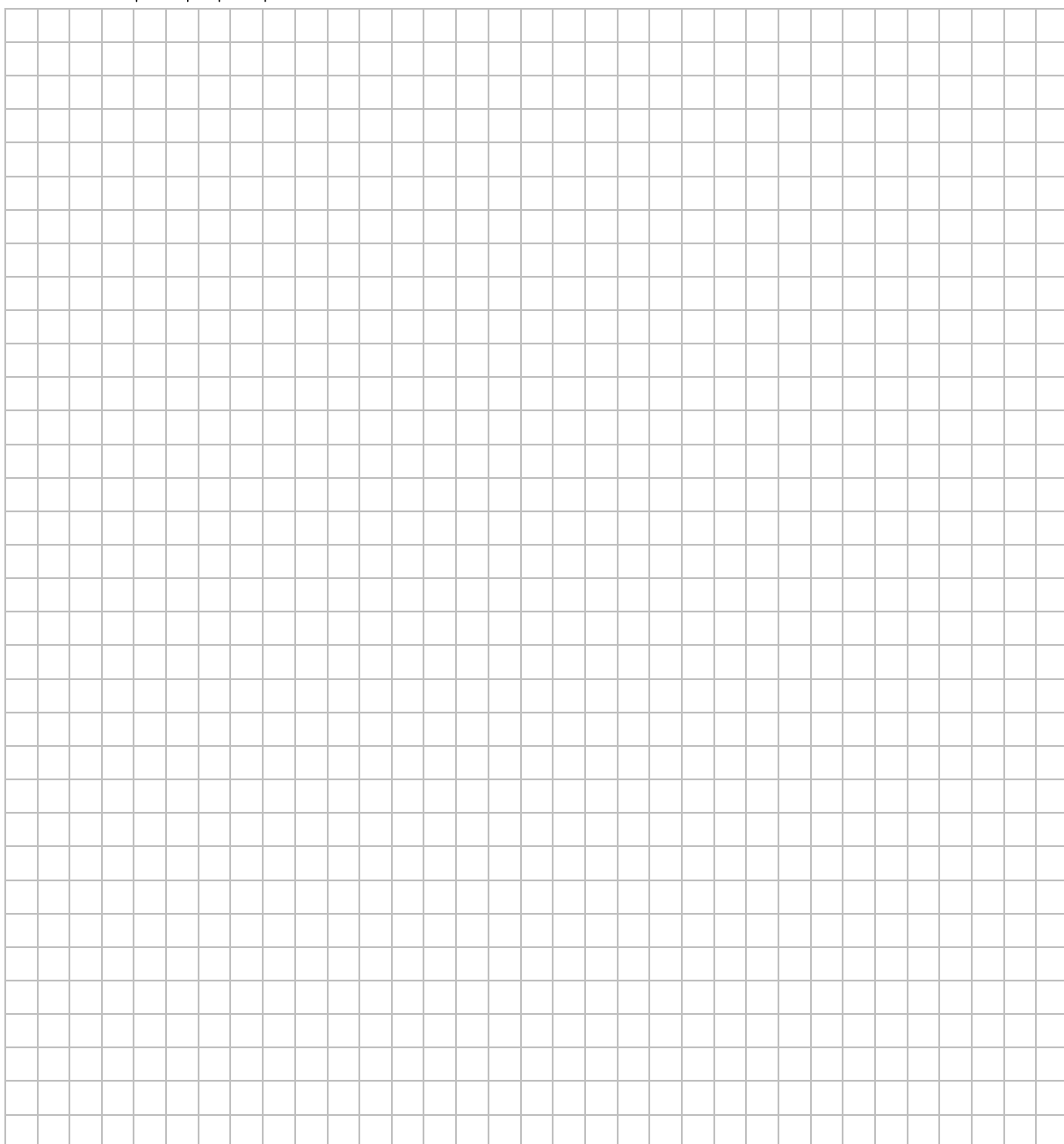
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

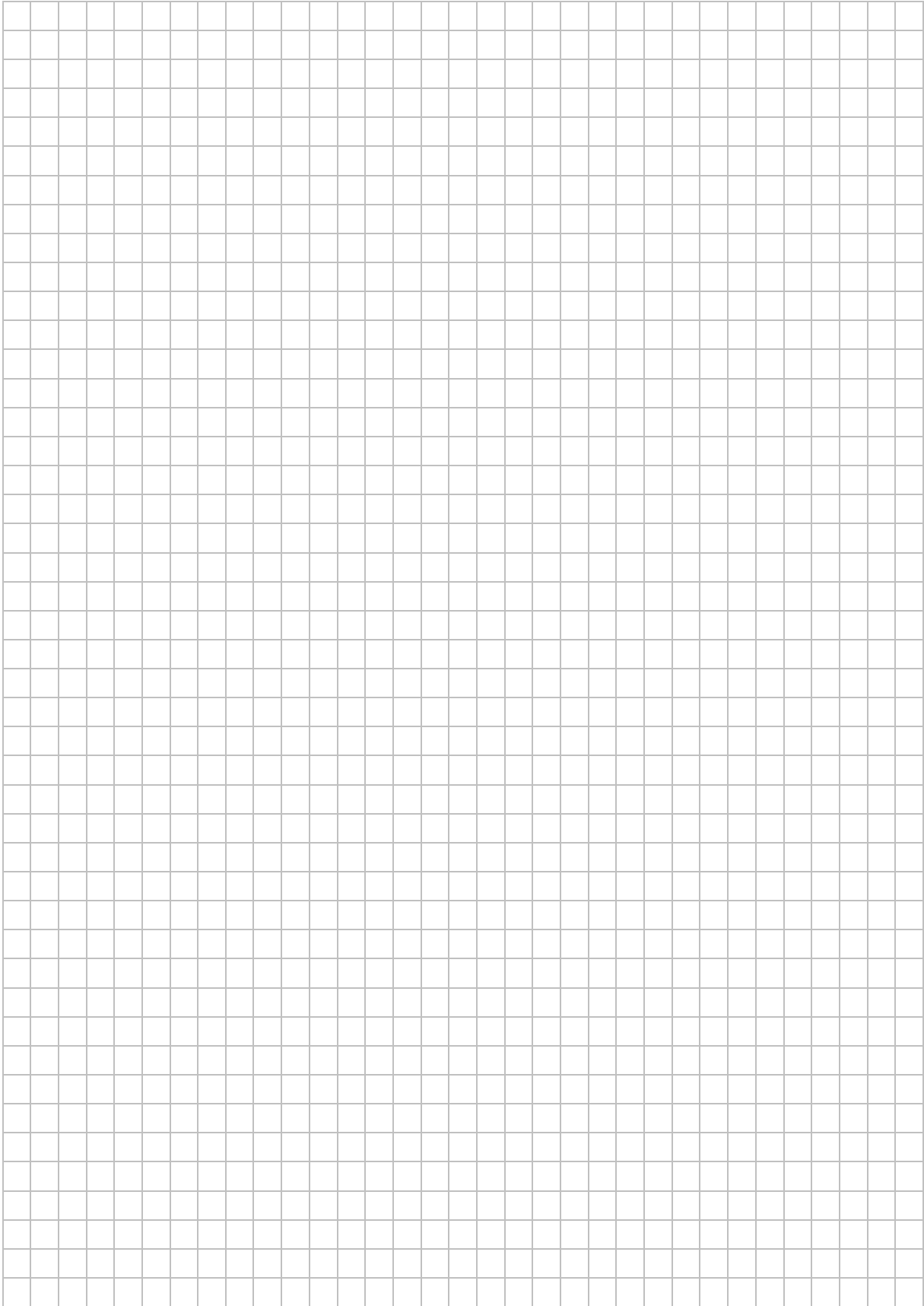
**Zadanie 9. (0–3)**

Dany jest prostokąt  $ABCD$ . Okrąg wpisany w trójkąt  $BCD$  jest styczny do przekątnej  $BD$  w punkcie  $N$ . Okrąg wpisany w trójkąt  $ABD$  jest styczny do boku  $AD$  w punkcie  $M$ , a środek  $S$  tego okręgu leży na odcinku  $MN$ , jak na rysunku.



Wykaż, że  $|MN| = |AD|$ .

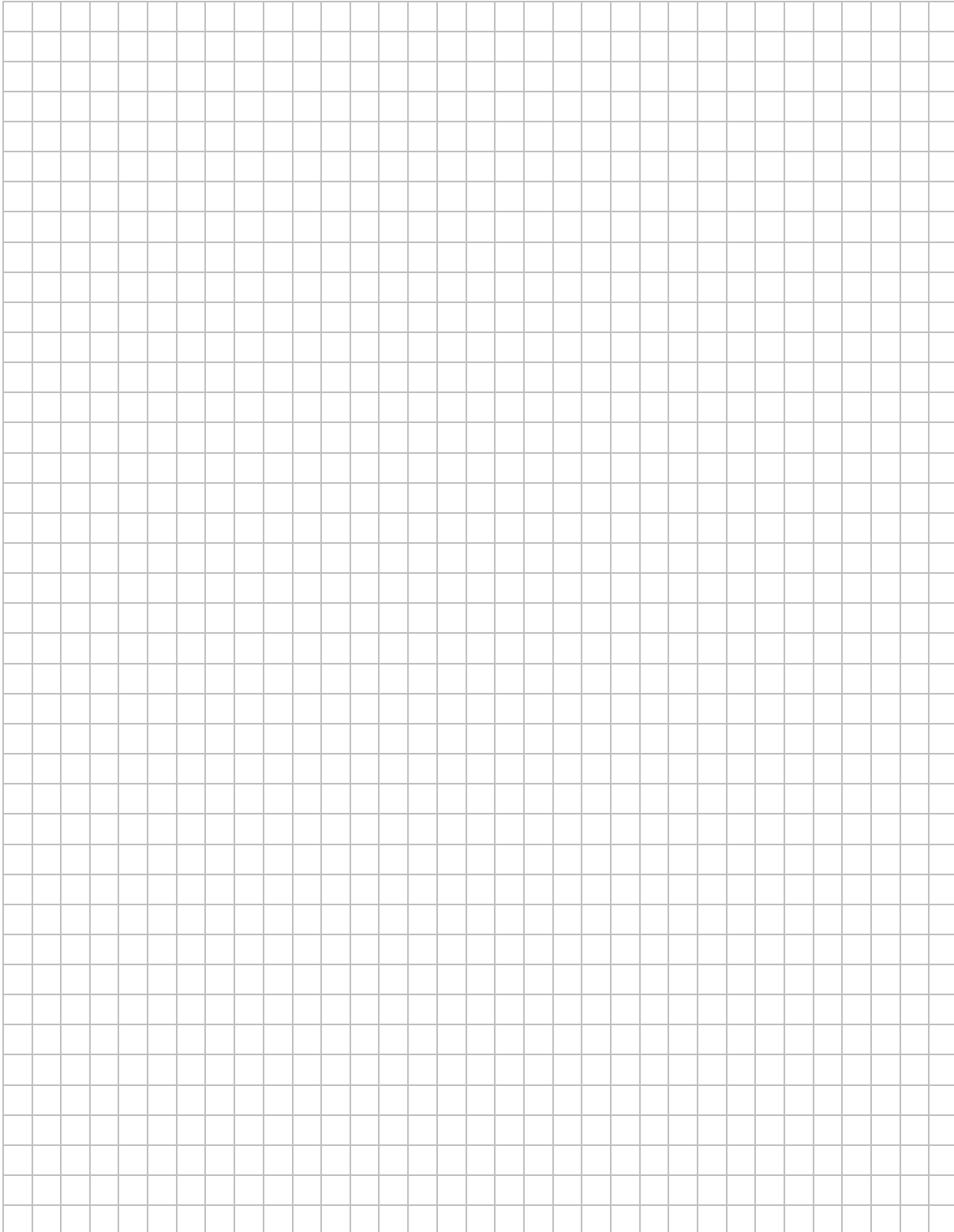




<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 10. (0–4)**

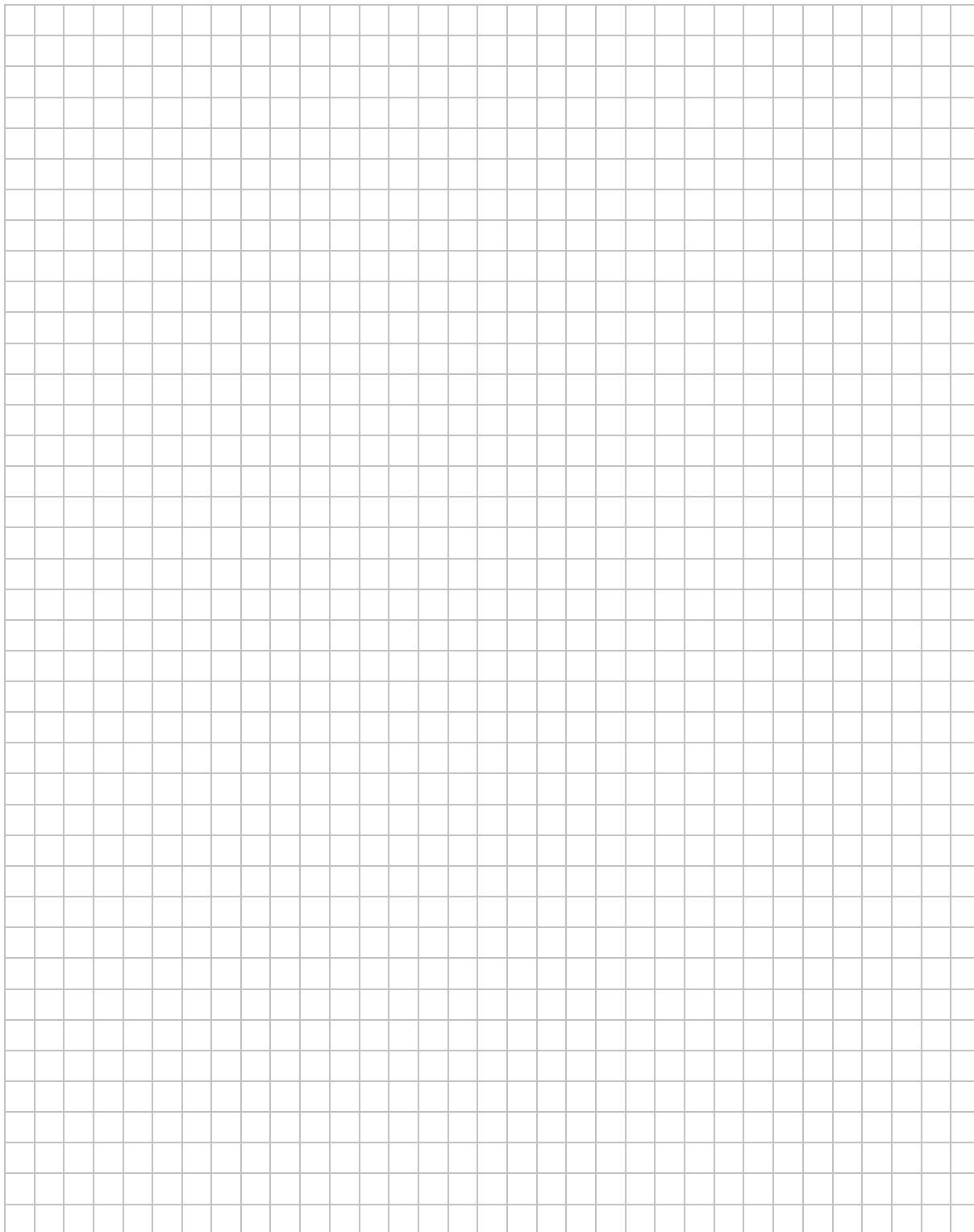
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których wykresy funkcji  $f$  i  $g$ , określonych wzorami  $f(x) = x - 2$  oraz  $g(x) = 5 - ax$ , przecinają się w punkcie o obu współrzędnych dodatnich.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

Rozwiąż nierówność  $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

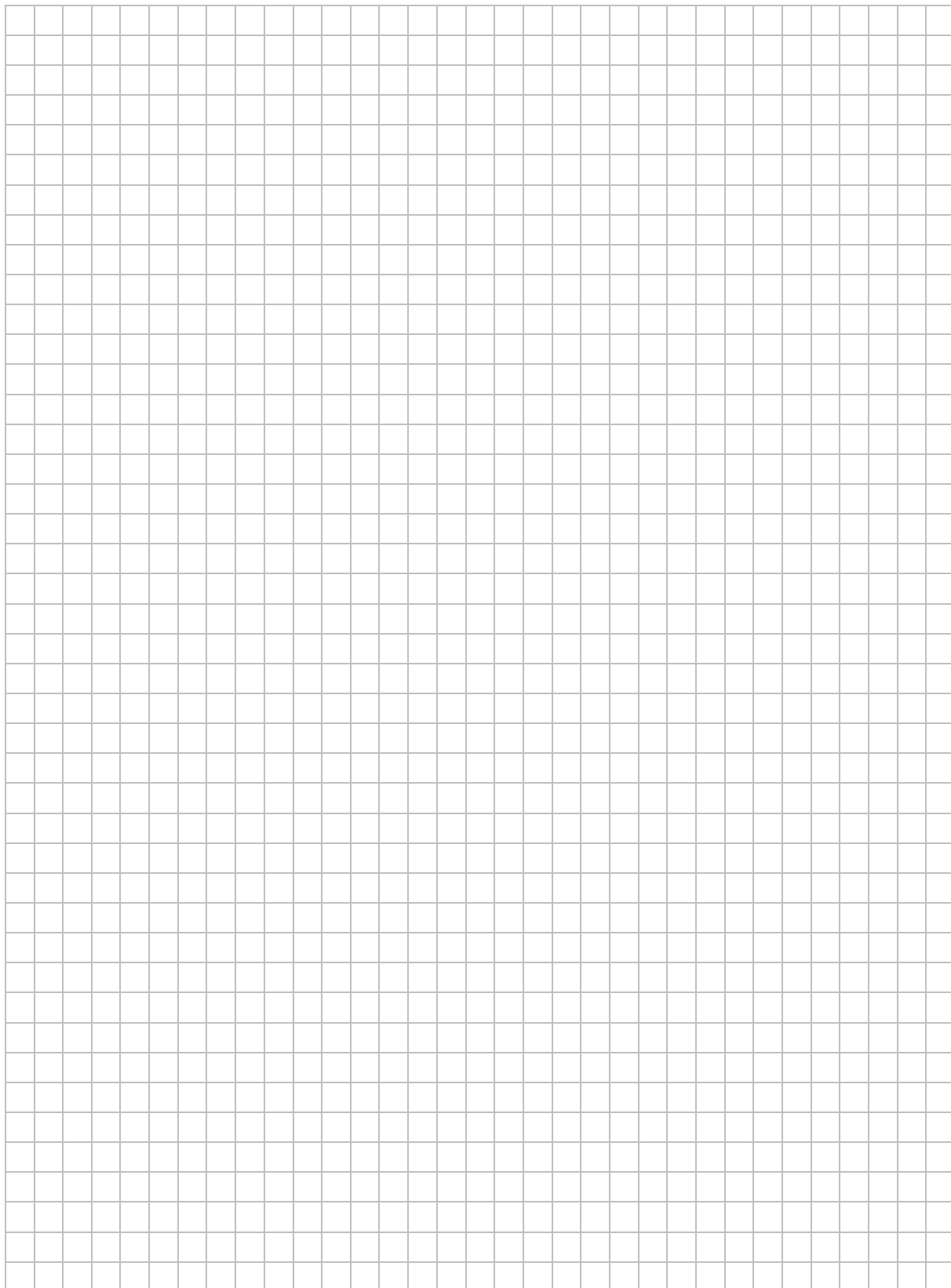


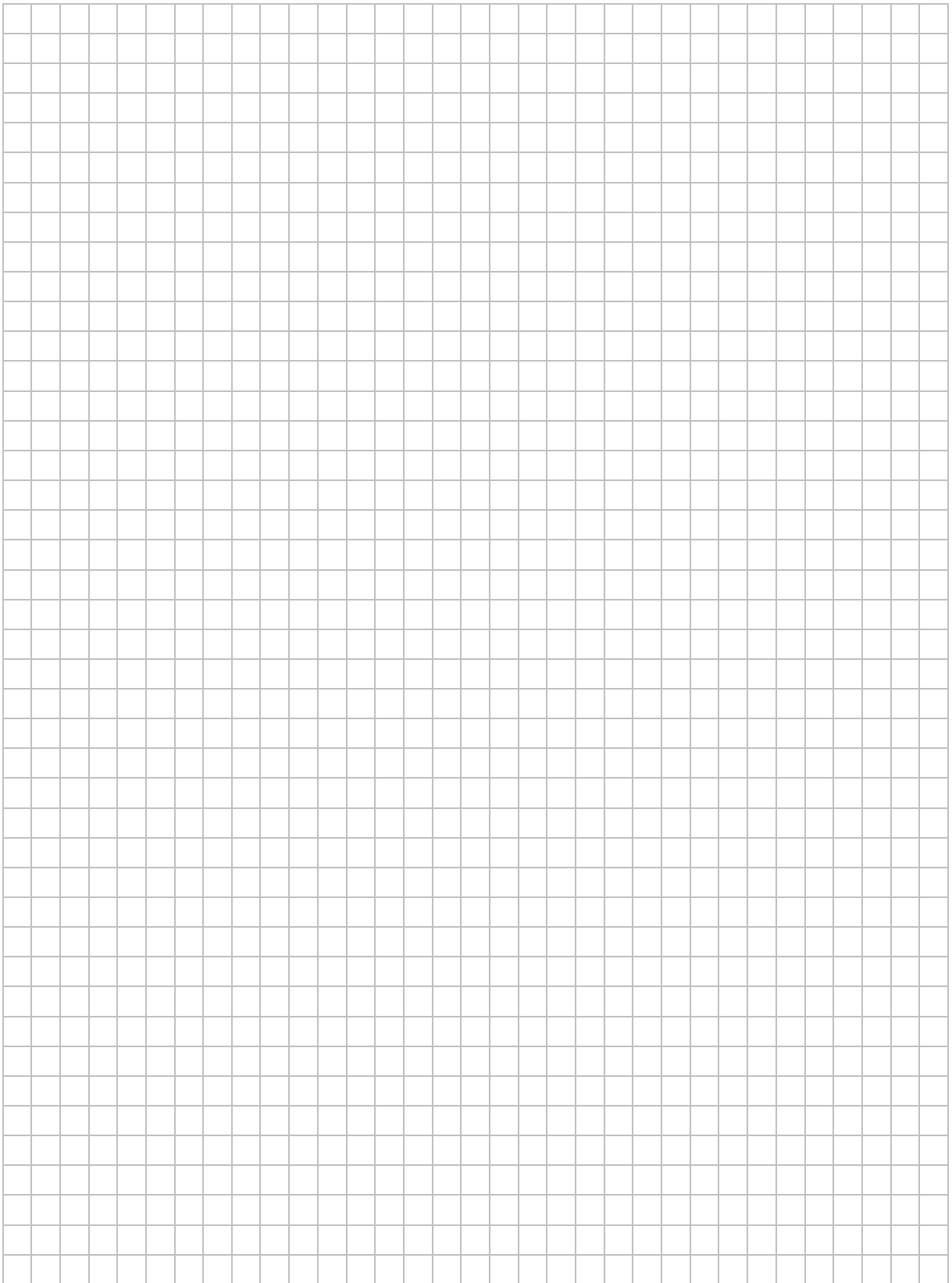
Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 12. (0–6)**

Dany jest trójmian kwadratowy  $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1$ . Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru  $m$ , dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki  $x_1, x_2$  tego samego znaku, spełniające warunek  $|x_1 - x_2| < 3$ .



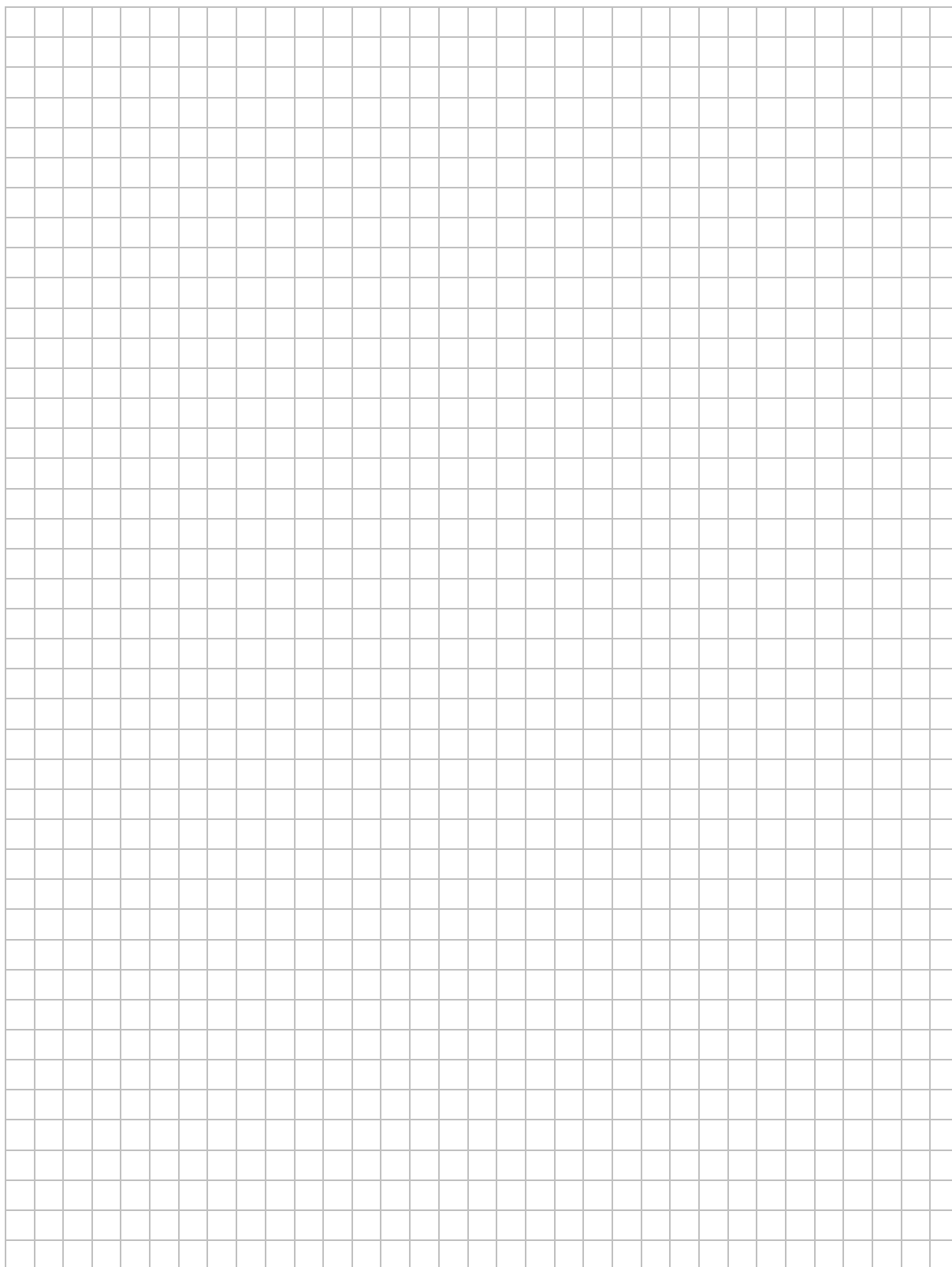


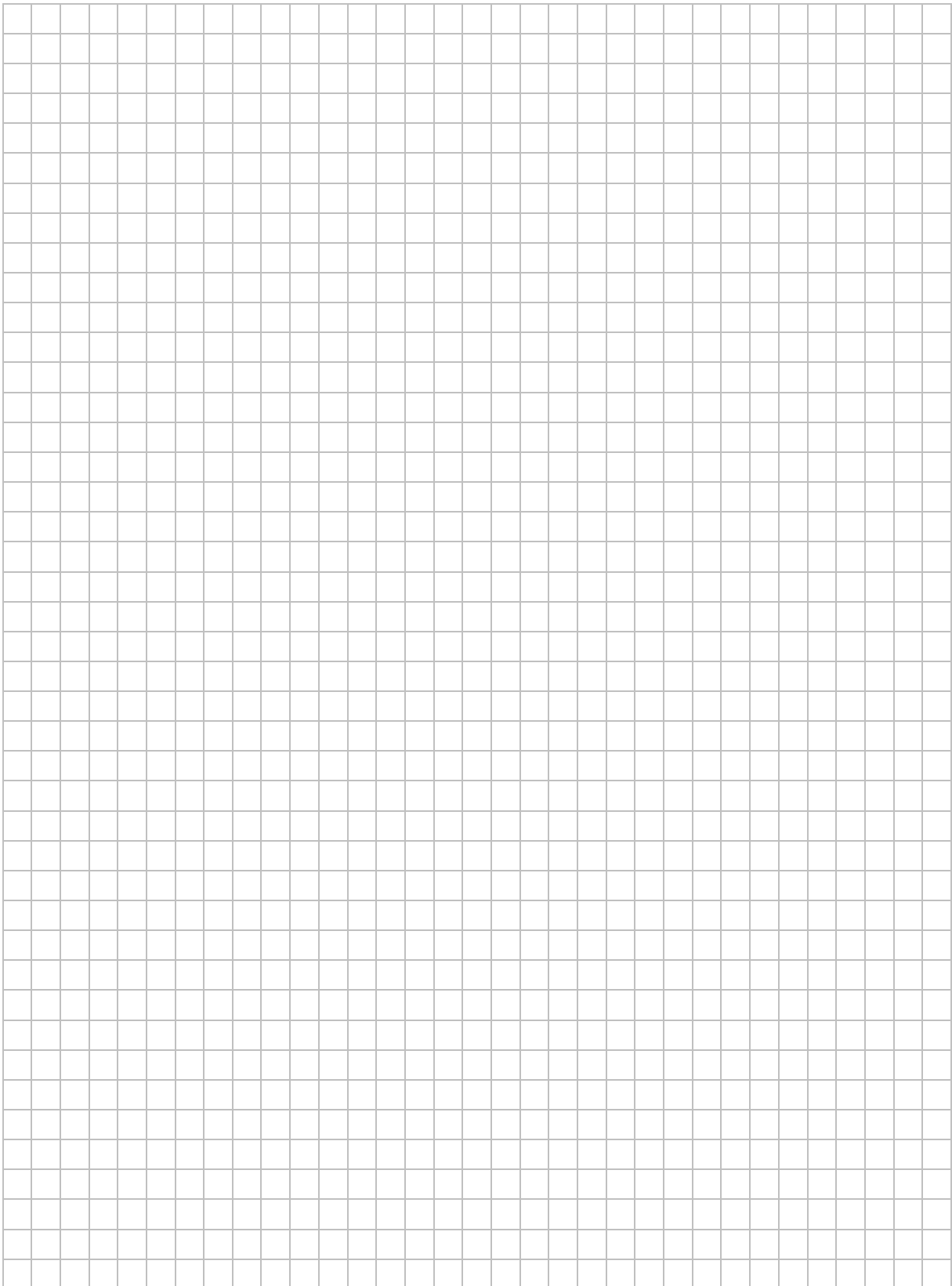
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–5)**

Punkty  $A=(30, 32)$  i  $B=(0, 8)$  są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta  $ABCD$  wpisanego w okrąg. Prosta o równaniu  $x-y+2=0$  jest jedyną osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną  $AC$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $C$  i  $D$  tego czworokąta.



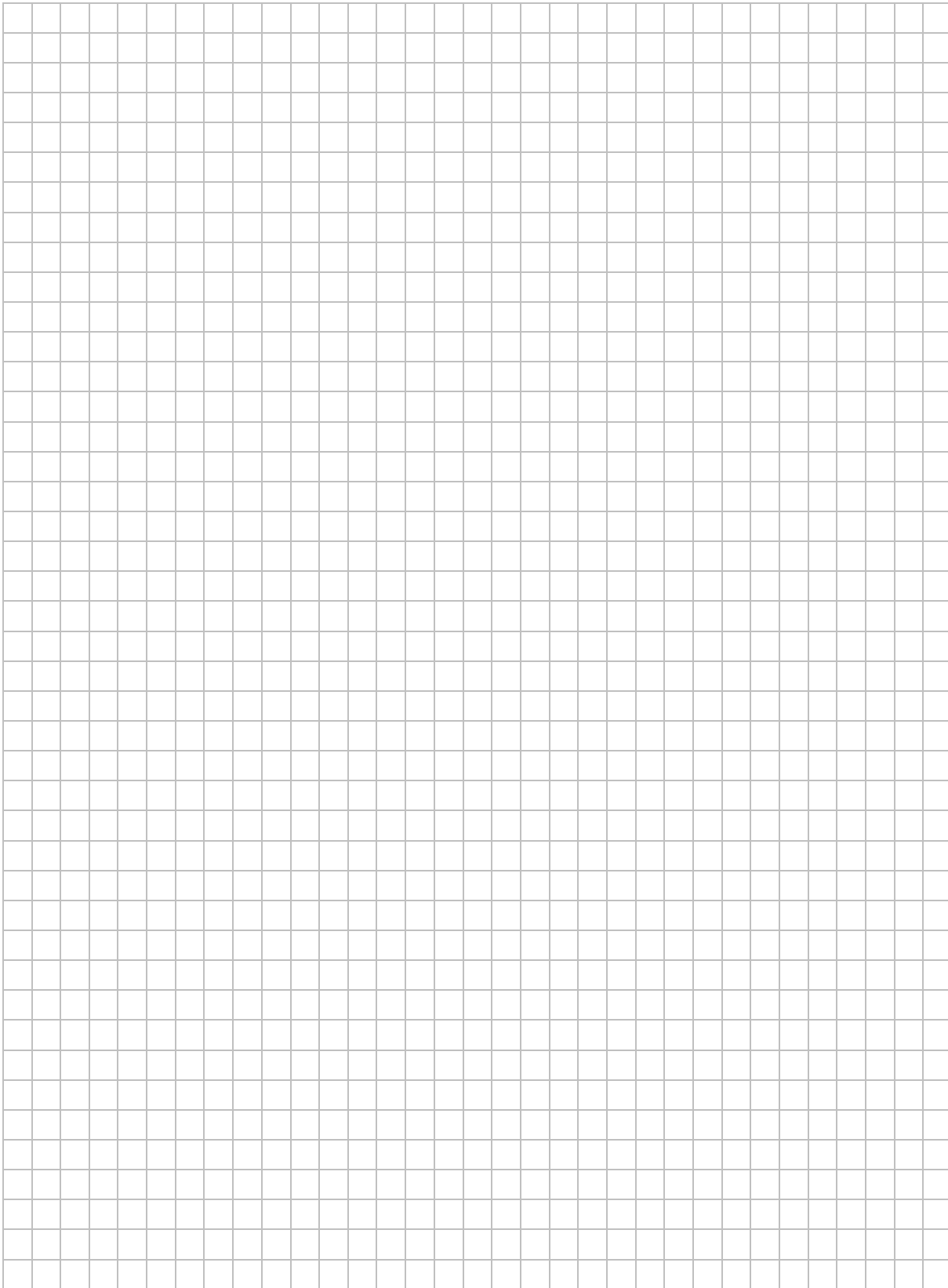


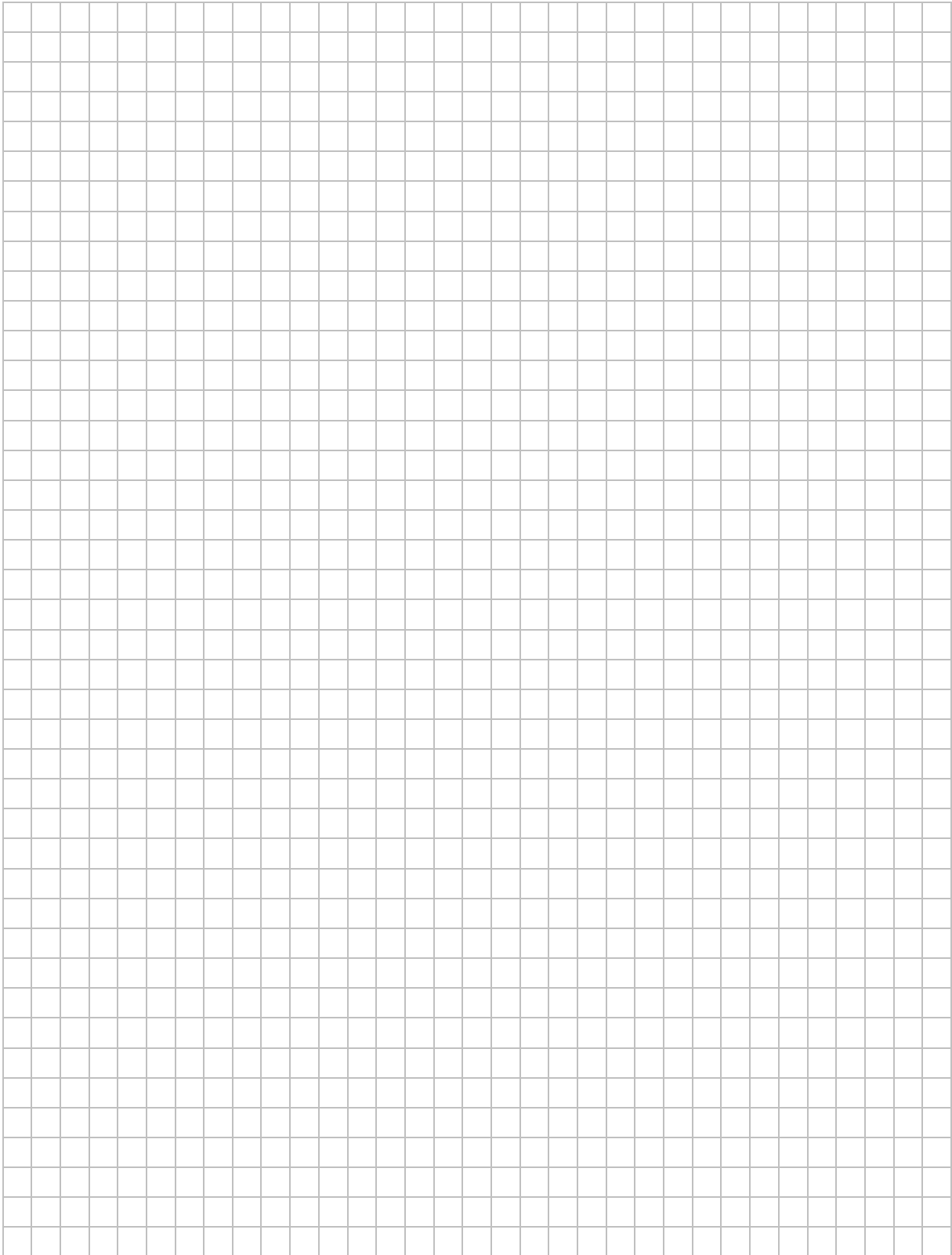
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–3)**

Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. Uzasadnij, że takich liczb jest 15 360.



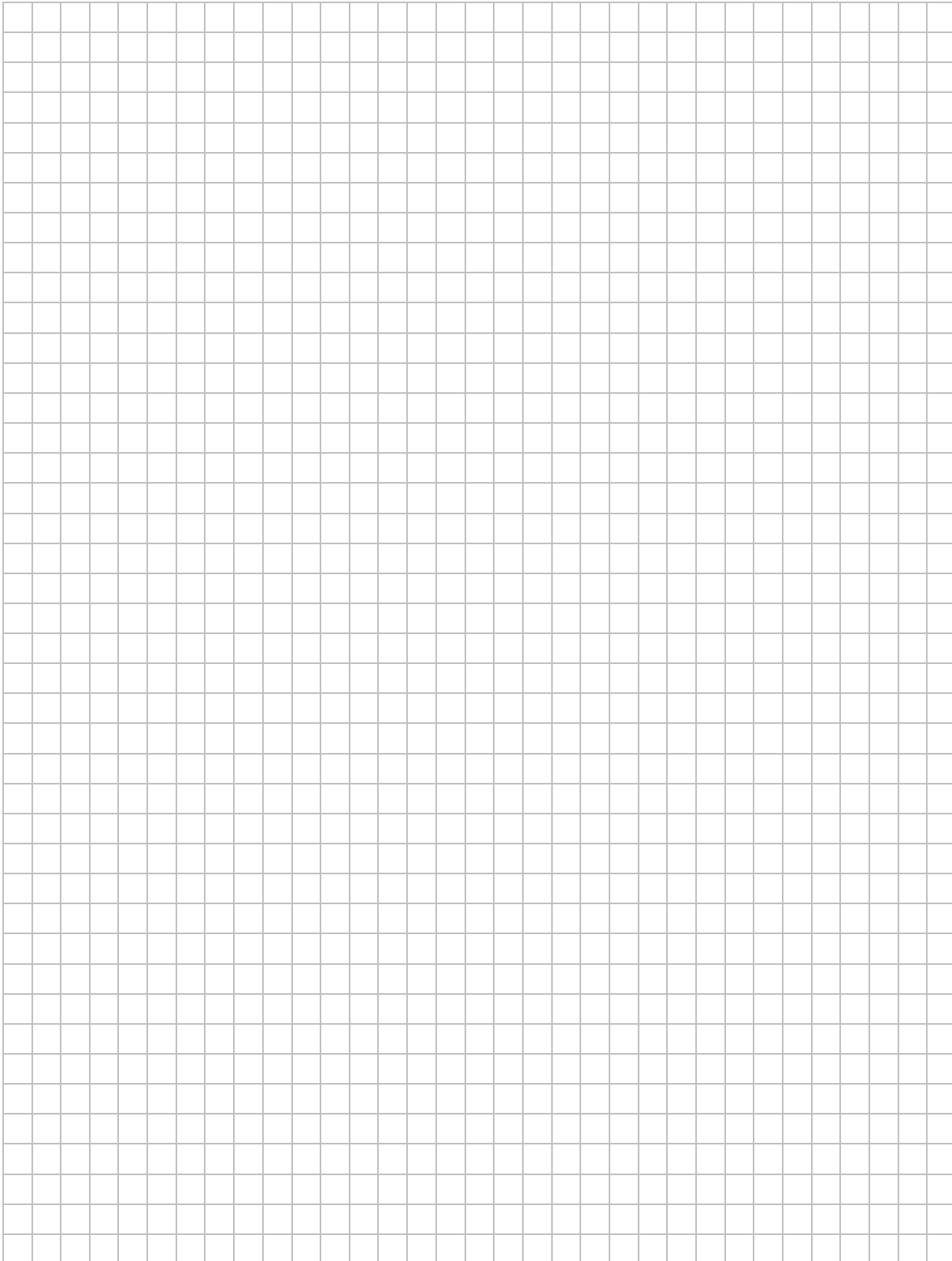


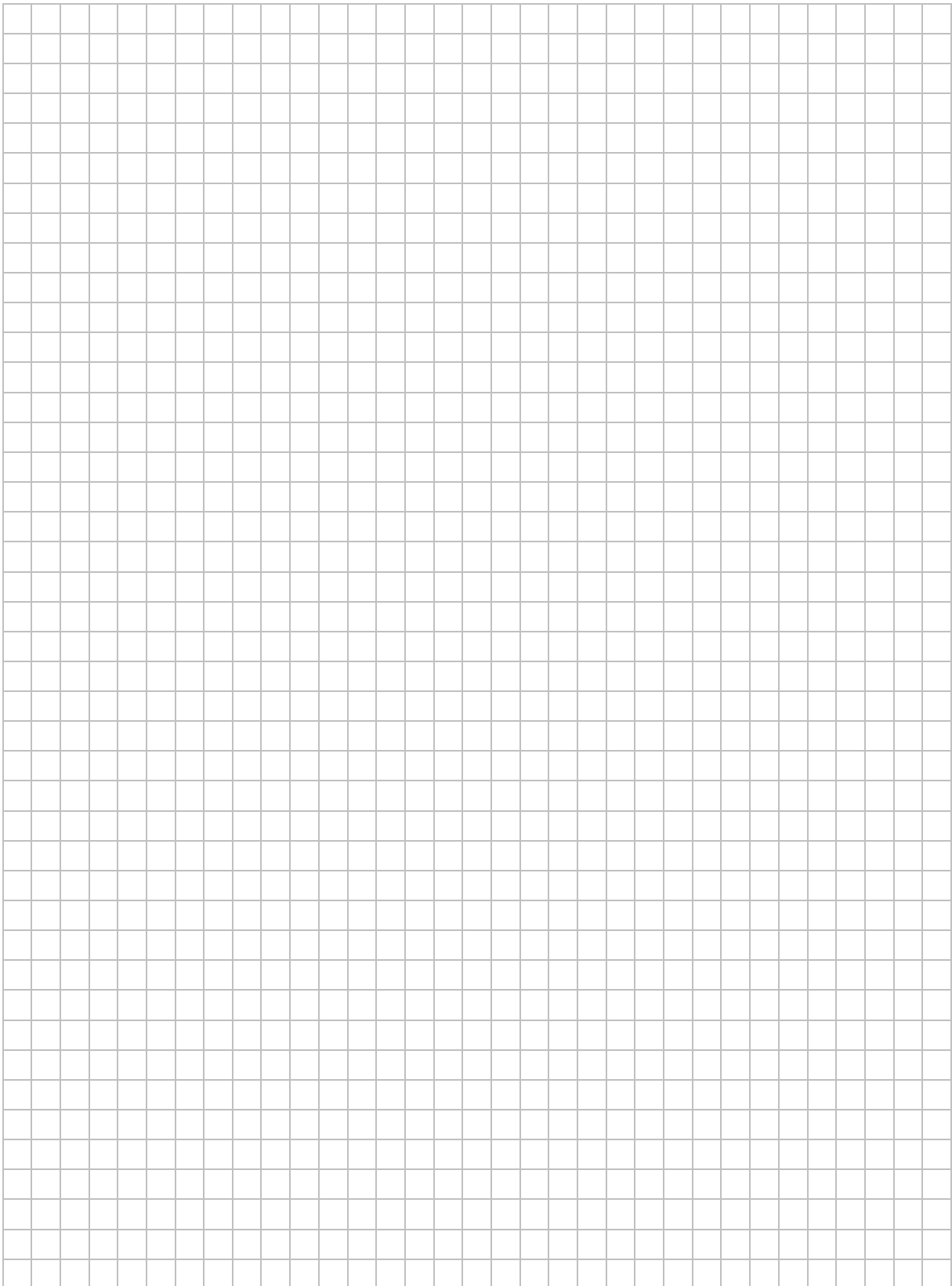
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 15. (0–6)**

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym  $ABCDS$  o podstawie  $ABCD$  wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę  $120^\circ$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



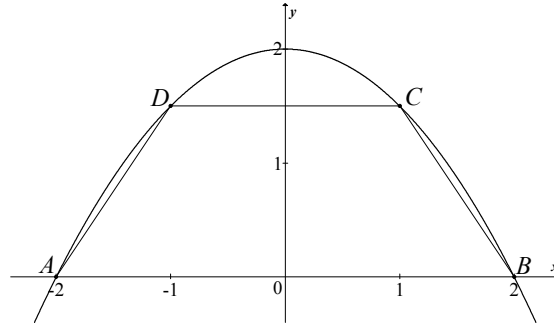


Odpowiedź: .....

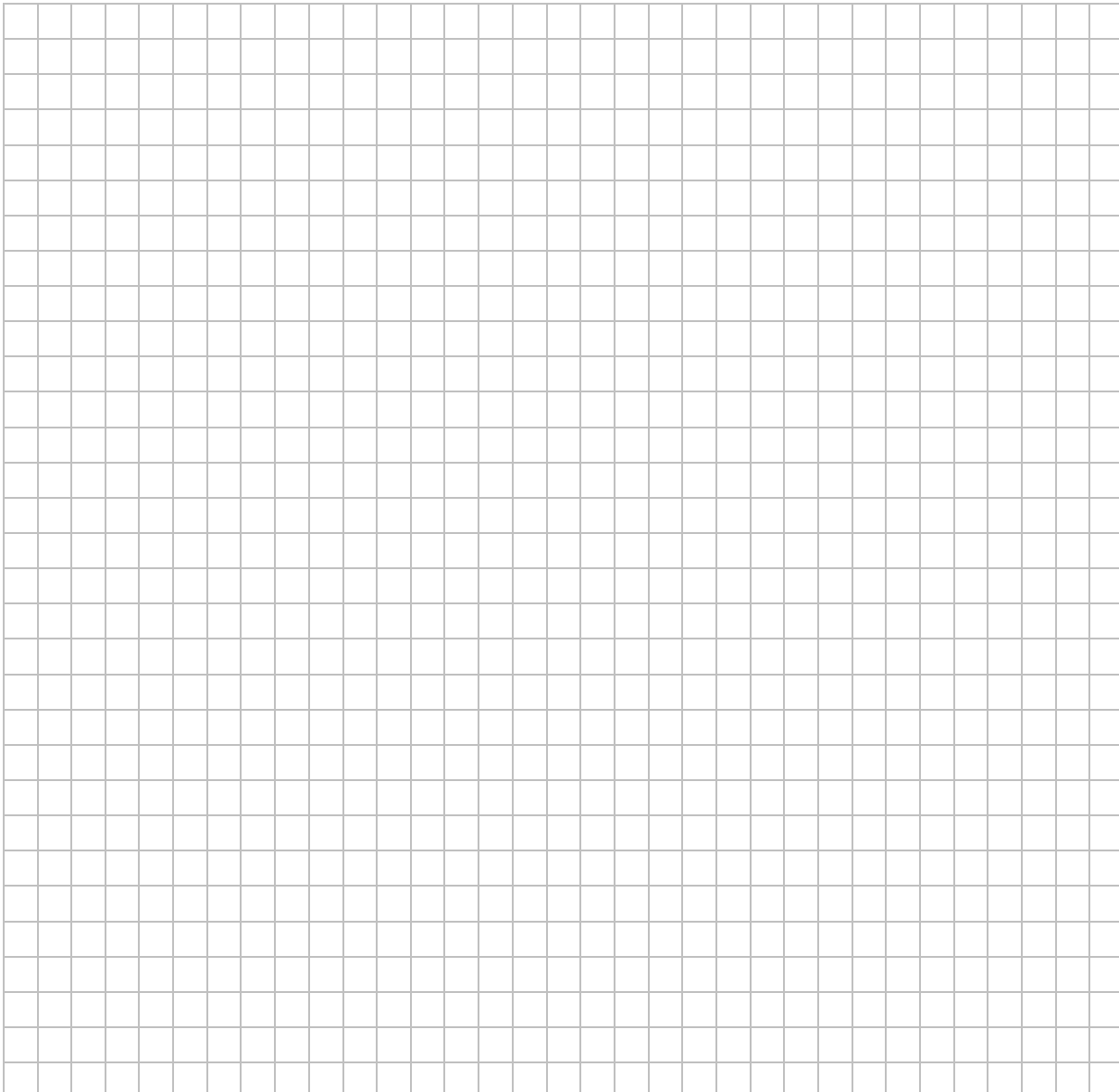
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

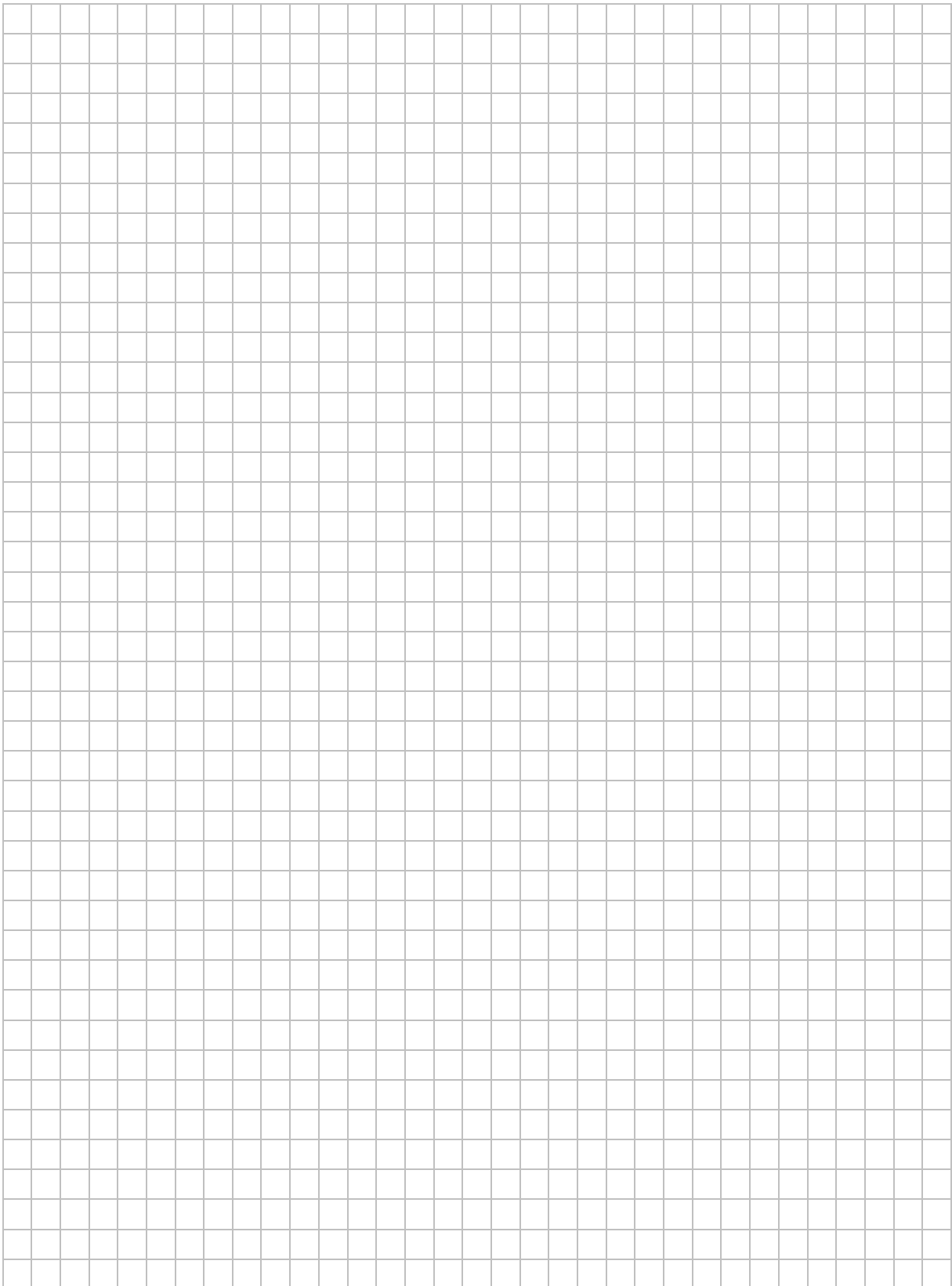
**Zadanie 16. (0–7)**

Parabola o równaniu  $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$  przecina oś  $Ox$  układu współrzędnych w punktach  $A = (-2, 0)$  i  $B = (2, 0)$ . Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne  $ABCD$ , których dłuższą podstawą jest odcinek  $AB$ , a końce  $C$  i  $D$  krótszej podstawy leżą na paraboli (zobacz rysunek).



Wyznacz pole trapezu  $ABCD$  w zależności od pierwszej współrzędnej wierzchołka  $C$ . Oblicz współrzędne wierzchołka  $C$  tego z rozpatrywanych trapezów, którego pole jest największe.





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>16.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**