UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

☐ dyskalkulia ☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **3 czerwca 2016 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–33) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-163

MMA 2016

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}$ jest równa

A. 42^{36} **B.** 42^7 **C.** 6 **D.** 1

Zadanie 2. (0–1)

Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru podwyższono o 30%. Takie dwie podwyżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną podwyżką

A. o 50% **B.** o 56% **C.** o 60% **D.** o 66%

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{3}$ **B.** $\sqrt[4]{3}$ **C.** $\sqrt[3]{3}$ **D.** $\sqrt{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Różnica $50001^2 - 49999^2$ jest równa

A. 2 000 000 **B.** 200 000 **C.** 20 000 **D.** 4

Zadanie 5. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x, y \in \{2, 3, 4\}$ jest równa

A. 2 **B.** -24 **C.** 0 **D.** -12

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

A. -1 **B.** -2 **C.** $\log_3 \frac{5}{11}$ **D.** $\log_3 \frac{31}{18}$

Zadanie 7. (0–1)

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania $(x-8)(x^2-4)(x^2+16)=0$, wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

A. 12 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 4

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-7}{x}=5$, gdzie $x\neq 0$, jest liczba należąca do przedziału

A. $(-\infty,-2)$ **B.** $\langle -2,-1)$ **C.** $\langle -1, 0)$ **D.** $(0,+\infty)$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\frac{2x^3}{x^4+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wtedy liczba $f\left(-\sqrt{2}\right)$ jest równa

A. $-\frac{8}{5}$ **B.** $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **C.** $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$ **D.** $-\frac{4}{3}$

Zadanie 10. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=-2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

A. $(-\infty,3\rangle$ **B.** $(-\infty,5\rangle$ **C.** $(-\infty,11\rangle$ **D.** $\langle 6,+\infty)$

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=6(n-16)$ dla $n\geq 1$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. –54 **B.** –126 **C.** –630 **D.** –270

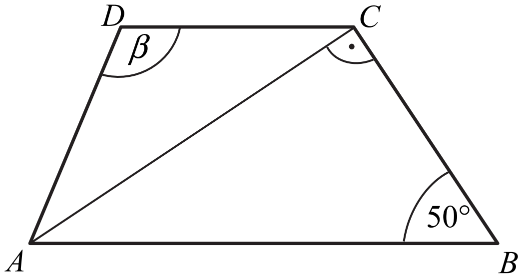
Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1=72$ i $a_4=9$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q=\frac{1}{2}$ **B.** $q=\frac{1}{6}$ **C.** $q=\frac{1}{4}$ **D.** $q=\frac{1}{8}$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC, $|AD|=|DC|$ oraz $|\sphericalangle ABC|=50^\circ$ (zobacz rysunek).



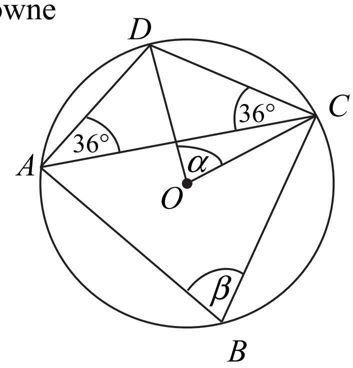
Stąd wynika, że

A. $\beta=100^\circ$ **B.** $\beta=120^\circ$ **C.** $\beta=110^\circ$ **D.** $\beta=130^\circ$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 14. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe



A. $\alpha = 36°, \beta = 72°$ **B.** $\alpha = 54°, \beta = 72°$

C. $\alpha = 36°, \beta = 108°$ **D.** $\alpha = 72°, \beta = 72°$

Zadanie 15. (0–1)

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

A. 10^6 **B.** 10^7 **C.** 10 **D.** 10^8

Zadanie 16. (0–1)

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę $150°$. Pole tego trójkąta jest równe

A. 100 **B.** 200 **C.** $100\sqrt{3}$ **D.** $100\sqrt{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Prosta określona wzorem $y = ax + 1$ jest symetralną odcinka AB, gdzie $A = (-3, 2)$ i $B = (1, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a = -\frac{1}{2}$ **B.** $a = \frac{1}{2}$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = 2$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 18. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} y = -ax + 2a \\ y = \frac{b}{3}x - 2 \end{cases}$ nie ma rozwiązań dla

A. $a = -1$ i $b = -3$

B. $a = 1$ i $b = 3$

C. $a = 1$ i $b = -3$

D. $a = -1$ i $b = 3$

Zadanie 19. (0–1)

Do pewnej liczby a dodano 54. Otrzymaną sumę podzielono przez 2. W wyniku tego działania otrzymano liczbę dwa razy większą od liczby a. Zatem

A. $a = 27$ **B.** $a = 18$ **C.** $a = 24$ **D.** $a = 36$

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta ASC jest równa

A. $45°$ **B.** $30°$ **C.** $75°$ **D.** $90°$

Zadanie 21. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie jednego orła w tych trzech rzutach. Wtedy

A. $0 \le p < 0,25$ **B.** $0,25 \le p \le 0,4$ **C.** $0,4 < p \le 0,5$ **D.** $p > 0,5$

Zadanie 22. (0–1)

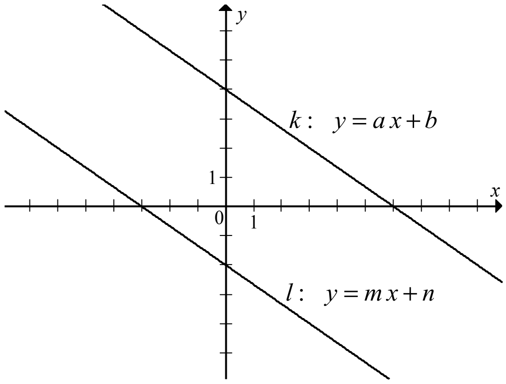
Średnia arytmetyczna czterech liczb: $x-1$, $3x$, $5x+1$ i $7x$ jest równa 72. Wynika stąd, że

A. $x = 9$ **B.** $x = 10$ **C.** $x = 17$ **D.** $x = 18$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$. Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.



Zatem

A. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n > 0$

B. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n < 0$

C. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n > 0$

D. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n < 0$

Zadanie 24. (0–1)

Dane są dwie sumy algebraiczne $3x^3 - 2x$ oraz $-3x^2 - 2$. Iloczyn tych sum jest równy

A. $-9x^5 + 4x$

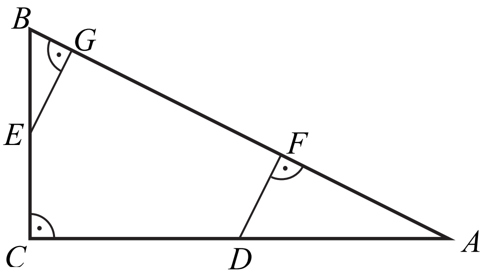
B. $-9x^6 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$

C. $-9x^5 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$

D. $-9x^6 + 4x$

Zadanie 25. (0–1)

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC. Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe

A. 12

B. 16

C. 18

D. 20

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x+1}{2x}=\frac{2x+1}{x+1}$, gdzie $x\neq -1$ i $x\neq 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Dane są proste o równaniach $y = x + 2$ oraz $y = -3x + b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi *Oy* układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi *Ox*.

Odpowiedź: ....

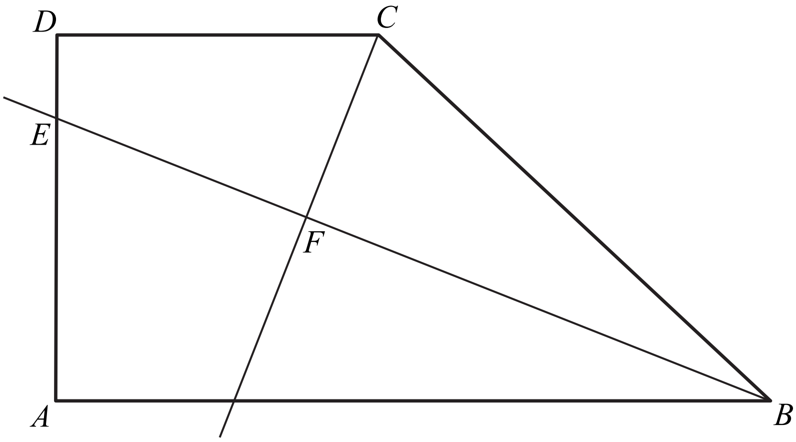
Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^4 + y^4 + x^2 + y^2 \geq 2\left(x^3 + y^3\right).$$

Zadanie 29. (0–2)

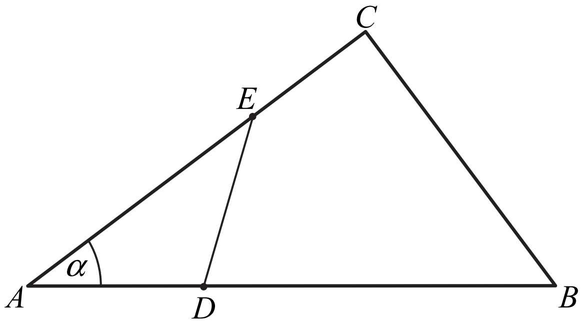
Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD oraz wysokości AD. Dwusieczna kąta ABC przecina ramię AD w punkcie E oraz dwusieczną kąta BCD w punkcie F (zobacz rysunek).



Wykaż, że w czworokącie $CDEF$ sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.

Zadanie 30. (0–4)

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 15$ i $|AC| = 12$ oraz $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \sphericalangle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole

a) trójkąta ADE.

b) czworokąta $BCED$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–5)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + ... + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n).

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest stożek o objętości 8π, w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy $3:8$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–4)

Rejsowy samolot z Warszawy do Rzymu przelatuje nad Austrią każdorazowo tą samą trasą z taką samą zakładaną prędkością przelotową. We wtorek jego średnia prędkość była o 10% większa niż prędkość przelotowa, a w czwartek średnia prędkość była o 10% mniejsza od zakładanej prędkości przelotowej. Czas przelotu nad Austrią w czwartek różnił się od wtorkowego o 12 minut. Jak długo trwał przelot tego samolotu nad Austrią we wtorek?

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*